Изъ книгъ Срамъ Фрамъ

КУРСЪ
МАТЕМАТИКИ

Г. Войтяховскаго.

ТОМЪ III.

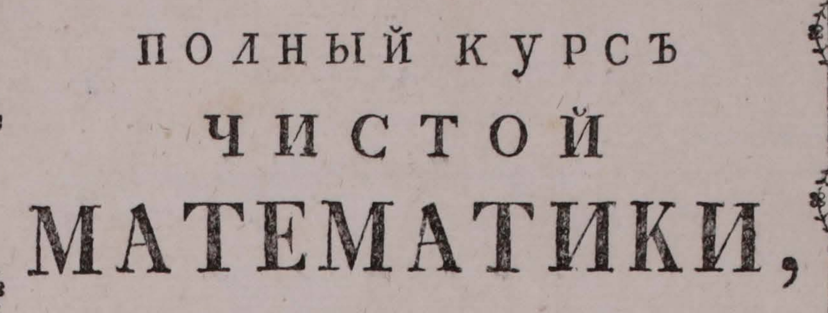
ТРИГОНОМЕТРІЯ.

Принадлежитъ [illegible]

УВѢДОМЛЕНІЕ.

ВЪ удовольствїе почтенной Публики и вступающаго въ математическое ученїе Юношества, каждая часть сего Курса продается порознь, но токмо нѣсколько дороже, нежели вообще.

Цѣна сей части въ переплетѣ 230 коп.; желающїе имѣть оную на бѣлой бумагѣ, могутъ получать за сїюжъ цѣну въ домѣ Сочинителя, состоящемъ на Срѣтенкѣ, въ приходѣ Спаса Преображенїя Господня, въ Сумниковомъ переулкѣ подъ № 31омъ.



ПОЛНЫЙ КУРСЪ ЧИСТОЙ МАТЕМАТИКИ,

сочиненный

Артиллерїи Штыкъ-Юнкеромъ и Математики партикулярнымъ учителемъ

Ефимомъ Войтяховскимъ,

въ пользу и употребленїе

юношества

и упражняющихся въ Математикѣ.

ТОМЪ ТРЕТІЙ.

ИСПРАВЛЕННЫЙ

и новымъ порядкомъ расположенный

Изданїе второе.

МОСКВА,
Въ Университетской Типографїи,
у Хр. Ридигера и Хр. Клаудїя.
1798 года.

С*ъ* одобренія Московской Цензуры.

ОГЛАВЛЕНІЕ ТРИГОНОМЕТРІИ.

Стран.

ПОЛНАГО КУРСА ЧИСТОЙ МАТЕМАТИКИ

ЧАСТЬ ТРЕТІЯ.

О прямолинѣйной Тригонометріи вообще, и о свойствѣ линѣй, въ ней употребляемыхъ.

§ I. *Опредѣленіе. Тригонометрія* есть часть Геометріи, показующая правила, какъ по тремъ какимъ нибудь даннымъ частямъ, изъ двухъ угловъ и трехъ боковъ треугольника, находить прочія неизвѣстныя его части.

Примѣчаніе Сіе сказано по той причинѣ, что хотя всякой треугольникъ состоитъ изъ шести частей, то есть изъ трехъ боковъ и трехъ угловъ, какъ-то мы уже видѣли въ Геометріи; однакожь, по всѣмъ даннымъ тремъ угламъ треугольника ABC (*фиг.* 1), величина боковъ его опредѣлена быть не можетъ; потому что когда чрезъ точку D, произвольно взятую на боку AB, проведется линѣя DE параллельно къ BC, то произойдетъ другой треугольникъ DAE, у котораго углы будутъ равны угламъ треугольника ABC; слѣдовательно, съ таковыми же равными углами, изобразить можно безконечное число другихъ подобныхъ треугольниковъ DAE;

кои хотя и ограничены будутъ боками пропорцїональными, но величина каждаго бока, безконечное число разъ перемѣняясь, будетъ безпредѣльна; Тригонометрїя же учитъ по тремъ даннымъ частямъ треугольника безъ измѣренїя находить прочїя его части, слѣдовательно по тремъ угламъ треугольника, величину боковъ его опредѣлить не можно; и для того между тремя данными частями треугольника, непремѣнно одинъ бокъ быть долженъ.

§ 2. *Опредѣл.* Ежели изъ какой нибудь точки B окружности, радїусомъ CB описанной (*фиг.* 2), проведется къ радїусу CA перпендикулярная линѣя BD, то сїя линѣя называется *Синусъ прямой* или просто *Синусъ* (подпорка) какъ дуги AB, такъ и дуги BHE или угловъ ACB и BCE, кои измѣряяся тѣми дугами, составляютъ вмѣстѣ 180 градусовъ.

Часть AD радїуса AC, заключающаяся между синусомъ и концемъ A дуги AB, называется *Синусъ обращенной.*

Перпендикуляръ AN, на концѣ A радїуса AC поставленный, пересѣкающїйся съ продолженнымъ радїусомъ CB, называется *Тангенсъ* дуги AB или угла ACB.

Линѣя CN, изъ центра C чрезъ произвольно взятую на окружности точку B, къ касательной AN проведенная, называется *Секансъ* дуги AB или угла ACB.

§ 3. *Опредѣл.* Ежели проведется радїусъ CH перпендикулярно къ дїаметру AE, и на концѣ онаго H, поставится перпендикуляръ HM до пересѣченїя съ продолженнымъ радїусомъ CB, а потомъ проведется BI перпендикулярно къ CH,

то всѣ сіи линѣи, въ разсужденіи угла ВСН, называются какъ и прежде, то есть ВІ именуется *Синусъ*, ІН *Синусъ обращенной*, НМ *Тангенсъ*, СМ *Секансъ* дуги НВ или угла ВСН. Но поелику уголъ ВСН есть дополненіе угла АСВ до 90 град, то вмѣсто того, что бы при каждомъ тѣхъ линѣй названіи прилагать слово *дополненіе*, именуются сокращенно, какъ-то: линѣя ВІ, вмѣсто синуса дополненія, именуется *Косинусъ*, НМ *Котангенсъ*, СМ *Косекансъ* и проч. дуги АВ или угла АСВ. Но какъ часть CD радіуса АС, находящаяся между центромъ С и синусомъ BD, равна ВІ, то линѣя CD также называется *Косинусъ* дуги АВ или угла АСВ. И обратно синусъ BD равной CI, тангенсъ AN, секансъ CN угла АСВ, называются *Косинусъ* CI, *Котангенсъ* AN, *Косекансъ* CN угла ВСН или дуги НВ.

Прибавленіе. Въ послѣдующихъ предложеніяхъ, въ коихъ будетъ упоминаться уголъ или дуга, предъ буквами или числами тѣхъ угловъ или дугъ, мы будемъ означать помянутыя линѣи сокращенно, какъ-то: *Син. Коси. Тан. Кот. Сек. Косе. На примѣръ Син.*АВ означаетъ синусъ дуги АВ. *Коси.*АСВ значитъ косинусъ угла АСВ и прочая; а для означенія радіуса обыкновенно употребляется буква r, и при означеніи полуокружности буква π.

Слѣдствіе. Изъ предписанныхъ опредѣленій удобно можно видѣть: 1[е] что синусъ BD какой нибудь дуги АВ, равенъ половинѣ хорды BG двойной дуги BAG; ибо радіусъ СА будучи пер-

пендикуляренъ къ хордѣ BG, раздѣляетъ сію хорду и дугу BAG на двѣ равныя части (*Гео.* § 59. *Слѣд.* 2). А изъ сего предложенія явствуетъ 2е, что синусъ 30 град. равенъ половинѣ радіуса; ибо когда будетъ дуга BAG или уголъ BCG = 60°, то хорда BG сей дуги, будетъ равна боку шестіугольника и равна радіусу AC (*Гео.* § 103), слѣдовательно синусъ BD, равной половинѣ хорды BG, равенъ половинѣ радіуса AC, то есть. *син.* $30° = \frac{r}{2}$. 3е Тангенсъ 45 град. равенъ радіусу AC; ибо, ежели положимъ уголъ ACN = 45°, то по причинѣ прямаго угла CAN будетъ и уголъ CNA = 45° (*Гео.* § 48. *Слѣд* 5), по сему треугольникъ CAN есть равнобедренной (*Гео* § 51); слѣдовательно AN = AC, то есть *тан.* $45° =$ *тан* $\frac{1}{4}\pi = r$.

Примѣчан. I. Изъ свойства круга видно, чемъ дуга BA или уголъ ACB будетъ уменьшаться, тѣмъ и синусъ его BD будетъ меньше становиться, а косинусъ CD будетъ увеличиваться; и когда уголъ уменьшаясь сдѣлается безконечно малымъ угломъ AC*a*, то синусъ его отъ малѣйшей частицы A*a* окружности, различить будетъ не можно, то есть синусъ его будетъ равенъ дугѣ A*a*, а косинусъ будетъ равенъ радіусу AC; и наконецъ когда будетъ уголъ AC*a* = 0, то и синусъ его = 0, а косинусъ = *r* Напротивъ того, когда уголъ ACB или дуга AB начнетъ увеличиваться, то и синусъ его BD будетъ увеличиваться, а косинусъ CD начнетъ уменьшаться; и естьли уголъ ACB увеличиваясь дойдетъ до 90°, или мѣра его бу-

детъ четверть окружности, то будетъ синусъ прямаго угла равенъ радіусу CH $=r$, а косинусъ сего угла $=0$, то есть *син.* $\frac{1}{2}\pi = r$, а *коси* $\frac{1}{2}\pi = 0$. Но поелику синусъ HC прямаго угла больше всякаго синуса, то оной для различія отъ прочихъ, называется *Синусъ цѣлой*; и слѣдовательно три слѣдующія названія: *Синусъ* 90°, *Синусъ цѣлой* и *радіусъ* означаютъ одно и тоже.

Когда же уголъ или дуга ему соотвѣтствующая, будетъ становиться больше прямаго угла, то синусъ онаго начнетъ уменьшаться, а косинусъ будетъ увеличиваться тѣмъ болѣе, чемъ дуга будетъ болѣе 90 град. какъ-то угла ACO и ECO будетъ синусъ линѣя OP; и напослѣдокъ, синусъ двухъ прямыхъ угловъ или 180° будетъ $=0$, а косинусъ равенъ радіусу CE.

Примѣчан. II. Принявъ въ разсужденіе тангенсы, удобно можно видѣть, когда уголъ ACB уменьшаться будетъ, то и тангенсъ его AN будетъ меньше, а котангенсъ начнетъ увеличиваться, такъ что тангенсъ весьма малаго угла AC*a* почти не будетъ разниться отъ синуса тогожъ угла; и когда будетъ оной уголъ $=0$, то и тангенсъ его будетъ равенъ нулю, а котангенсъ HM будетъ безконеченъ; ибо когда дуга AB будетъ уменьшаться, то точка M будетъ отъ линѣи HC удаляться, и когда точка B упадетъ въ точку A, то двѣ линѣи HM и CM будутъ непремѣнно параллельны, и въ безконечномъ разстояніи сойтиться не могутъ; слѣдовательно котангенсъ HM будетъ безко-

нечен. Напротив того, когда угол ACB начнет увеличиваться, то и тангенс AN будет увеличиваться, а котангенс HM меньше становиться; и естьли угол ACB увеличиваясь сдѣлается $= 90^\circ$, или мѣра его будет равна четверти окружности ABH, то тангенс прямаго угла будет безконечен, а котангенс равен нулю, то есть $тан.\frac{1}{2}\pi = \infty$ (знак безконечной величины), а $кот.\frac{1}{2}\pi = 0$.

Ежели угол увеличиваясь сдѣлается больше прямаго, как *на прим.* угол ACO, или измѣряющая его дуга AHO будет болѣе четверти окружности, то сего угла тангенс AS, пересѣкающійся с продолженным радіусом OC будет уменьшаться, а котангенс HV будет больше становиться; и когда угол ACO увеличиваясь болѣе, сдѣлается равен двум прямым углам, или мѣра его будет равна половинѣ окружности, то тангенс его будет равен нулю, а котангенс безконечен.

Из свойства тангенсов разумѣть можно, что тангенс EQ тупаго угла ECB, равен тангенсу AN остраго угла ACB, которой с ним вмѣстѣ составляет 180°; ибо треугольник $ACN = \triangle CEQ$, потому что $\angle ACN = \angle ECQ$, угол $NAC = \angle CEQ$ прямые, и $AC = EC$ радіусы, слѣдовательно тангенс AN остраго угла ACB, равен тангенсу EQ тупаго угла ECB, которой есть дополненіе перваго до 180°; и разниться от перваго тангенса только тѣм, что падает в противную сторону от діаметра AE; тоже должно разумѣть и о котангенсѣ.

Прибавл. I. Поелику синусъ остраго угла ACB равенъ синусу тупаго угла BCE, который съ острымъ составляетъ 180°, и по одну сторону дїаметра AE падаетъ; по сей причинѣ, ежели синусъ BD угла ACB взятъ будетъ за положительной, то и тупаго угла ECB синусъ будетъ положительной, и для того означается знакомъ +; и такъ, естьли уголъ ACB означится буквою *в*, то будетъ BD = *син.в*, и слѣдовательно *син.*(*п*— *в*) = *син.в*, то есть и синусъ тупаго угла ECB будетъ положительной и равенъ синусу BD остраго угла. Чтожъ касается до косинуса CP тупаго угла ACO, которой по правую сторону центра C на дїаметрѣ AE падаетъ, то косинусъ CP тупаго угла ACO, въ разсужденїи остраго угла ACB, почитается отрицательнымъ, и для того означается знакомъ — (*); слѣдовательно косинусъ двухъ прямыхъ угловъ или 180°, падающїй по другую сторону центра C, равенъ радїусу CE = —*r*, то есть *коси.п* = —*r*.

Равнымъ образомъ, естьли тангенсы угловъ падающїе въ сторону H отъ дїаметра AE взяты будутъ за положительные, то тангенсы угловъ, падающїе по другую сторону L отъ дїаметра AE, должно принимать за отрицательные. Подобнымъ образомъ, тангенсы падающїе въ сторону M отъ дїаметра HL почитать должно положительными, а падающїе въ сторону V отъ дїаметра HL отрицательными. По сей причинѣ тангенсъ AN и котангенсъ HM остра-

(*) Ибо Математики обыкновенно полагаютъ всѣ прямыя линѣи круга, находящїяся по одну сторону дїаметра *положительными*, а по другую сторону дїаметра падающїя линѣи, именуютъ *противными* или *отрицательными*.

го угла ACB будутъ положительные: но поелику тупаго угла ACO тангенсъ AS падаетъ по другую сторону діаметра AE, также и котангенсъ HV, падаетъ по другую сторону діаметра HL, то должно ихъ почитать отрицательными; слѣдовательно когда уголъ ECO означится буквою $в$, то будетъ тангенсъ AS угла ACO$=$*тан.*$(л-в)=-$*тан.*$в$; а котангенсъ HV$=$*кот.*$(л-в)=-$*кот.*$в$; по сему будетъ тангенсъ полуокружности, или *тан.*$л=0$, а *кот.*$л=-\infty$.

Слѣдст. Изъ сего явствуетъ, какъ по синусамъ и косинусамъ, тангенсамъ и котангенсамъ можно различать въ выкладкахъ уголъ тупой отъ остраго; чтожъ касается до синусовъ, косинусовъ, тангенсовъ котангенсовъ дугъ или угловъ содержащихъ въ себѣ болѣе 180°, то свойство ихъ, къ порядку расположенной мною Тригонометріи, не имѣетъ никакого отношенія.

О свойствахъ же синуса обращеннаго, секанса и косеканса, пространно описывать не нужно, потому что ихъ употребленіе весьма рѣдко, да и совсѣмъ безъ нихъ обойтиться можно.

§ 4. ТЕОРЕМА. *Синусы, косинусы, тангенсы, котангенсы, синусы обращенные, секансы и косекансы того же угла, но въ разныхъ кругахъ, содержатся между собою какъ радіусы, которыми тѣ круги описаны.* фиг. 3я.

Доказател. Пусть будетъ уголъ EAG, и дуги радіусами AE и AC описанныя EG и CI, слѣдовательно мѣры угла EAG будутъ дуги EG и CI. Синусы угла EAG будутъ DG и BI, косинусы AD и AB, тангенсы EF и CH, синусы обращенные ED и CB, секансы AF и AH. Но поелику EF, DG, CH и BI перпендикулярны къ линѣи AE, то они всѣ будутъ параллельны

между собою, и для того будетъ AG : AI = GD : BI = AD : AB; но AG = AE, и AI = AC, то будетъ AE : AC = GD : BI = AD : AB; а какъ AE : AC = AD : AB, то изъ сей пропорціи будетъ AE : AC = AE — AD : AC — AB, то есть, AE : AC = DE : BC, и притомъ AE : AC = EF : CH = AF : AH; слѣдовательно синусы, косинусы, синусы обращенные, тангенсы и секансы одного угла, но въ разныхъ кругахъ, содержатся между собою какъ радіусы къ коимъ они относятся.

Слѣдств. Изъ сего явствуетъ, какой бы радіусъ взятъ ни былъ, содержаніе извѣстнаго синуса, косинуса, тангенса, котангенса и пр. къ радіусу всегда будетъ одинако, и оное какъ въ линѣяхъ, такъ и въ числахъ изобразить можно; слѣдовательно величина цѣлаго синуса зависитъ отъ произволенія.

Прибавл. Поелику Тригонометрическое рѣшеніе треугольниковъ, зависитъ отъ величины синусовъ, тангенсовъ и секансовъ; то дабы имѣть точнѣйшее содержаніе помянутыхъ линѣй къ цѣлому синусу, радіусъ круга или цѣлой синусъ раздѣляется на 10000000 равныхъ частей; посредствомъ котораго съ великимъ тщаніемъ вычислены Математиками величины синусовъ, тангенсовъ и секансовъ всѣхъ дугъ четверти круга отъ одной минуты до 90 градусовъ, и чрезъ тѣ самыя числа, составлены тѣхъ линѣй таблицы; въ которыхъ въ верху страницы поставлены градусы; въ первомъ столбцѣ отъ лѣвой руки, означены принадлежащія къ тѣмъ градусамъ минуты; во второмъ столбцѣ поставлены синусы, въ третьемъ тангенсы, а въ четвертомъ секансы соотвѣтствующія помянутымъ градусамъ и минутамъ;

такъ что, по извѣстной величинѣ синуса, тангенса или секанса, найдется въ таблицахъ противу онаго, соотвѣтственное ему число градусовъ и минутъ; и обратно, по данному числу град. и минутъ сыщется въ таблицѣ противу оныхъ требуемая величина синуса, тангенса или секанса, относительная къ величинѣ даннаго угла. Когда должно будетъ дѣлать выкладки большей точности требующія, то употребляются особенныя таблицы, въ которыхъ радіусъ на 10000000000 равныхъ частей раздѣленнымъ полагается. Разные есть способы по коимъ помянутыя таблицы сочинены были, и хотя уже мы имѣемъ ихъ готовыя; однакожь порядокъ требуетъ, предложить сдѣсь нѣкоторыя способныя правила, посредствомъ коихъ означенныя таблицы сочинены быть могутъ.

ОТДѢЛЕНІЕ ПЕРВОЕ.

О сочиненіи таблицъ синусовъ, тангенсовъ и секансовъ.

§ 5. ЗАДАЧА. *По данному синусу* BC *угла* DAB, *найти косинусъ* AC *и синусъ обращенной* CD. фиг. 4я.

Рѣшен. Поелику треугольникъ ABC есть прямоугольной, въ которомъ радіусъ или цѣлой синусъ AB намъ уже извѣстенъ по положенію (§ 4. *Приб.*); слѣдовательно, когда изъ квадрата радіуса AB вычтется квадратъ даннаго синуса BC, а изъ остатка извлечется квадратной корень, то получится косинусъ AC; которой вычтя изъ радіуса AD, получится синусъ обращенной CD. И такъ когда уголъ BAD означится буквою *e*, то будетъ $AB^2 - BC^2 = AC^2$

$= r^2 - син\,в^2 = коси.в^2$, и слѣдовательно $коси.в. = \sqrt{(r^2 - син.в^2)}$; и обратно $син.в = \sqrt{(r^2 - коси.в^2)}$; а синусъ обращенной CD$= r - \sqrt{(r^2 - син.в^2)}$.

Положимъ, что требуется косинусъ 30 град.: но какъ намъ уже извѣстно, что синусъ сего угла равенъ половинѣ радіуса, содержащаго въ себѣ 10000000 равныхъ частей, то синусъ 30 град будетъ имѣть въ себѣ 5000000 такихъ же частей, котораго квадратъ 25000000000000, когда вычтется изъ квадрата радіуса 100000000000000, потомъ изъ остатка извлечется квадратной корень, то получится косинусъ 30° или синусъ 60°=8660254.

§ 6. ТЕОРЕМА. *Косинусъ* CD *угла* ACB *содержится къ радіусу* CA, *какъ синусъ* BD *къ тангенсу* AN *того же угла.* фиг. 2я.

Доказат. Поелику треугольники DBC и ACN имѣя общій уголъ ACB, и по прямому углу при точкахъ D и A суть подобны; то для сего будетъ CD : CA = DB : AN, то есть (назвавъ уголъ ACB $= в$), $коси.в : r = син.в : тан.в$, откуда найдется $тан.в = \frac{r \times син.в}{коси.в}$ = тангенсу AN (*Ариѳ.* § 132).

Изъ сего видно, что ежели данъ будетъ синусъ какого нибудь угла, то сыскавъ косинусъ онаго (§ 5), найдется тангенсъ AN, когда произведеніе изъ радіуса и синуса, раздѣлится на косинусъ того же угла.

Прибавл. I. Для подобія треугольниковъ BCI и MCH (*фиг.* 2), имѣющихъ общій уголъ BCH и по прямому углу I и H, будетъ CI : CH = IB : HM; но какъ CI=BD и BI=CD, то будетъ

BD : CH = CD : HM, или *син.в* : r = *коси.в* : *кот.в*, гдѣ получится *кот.в* = $\frac{r \times \text{коси.в}}{\text{син.в}}$, то есть котангенсъ HM угла ACB, равенъ произведенію изъ радіуса и косинуса, раздѣленному на синусъ тогожъ угла

Прибавл. II. Поелику треугольникъ ACN подобенъ треугольнику HCM (*фиг.* 2), потому что уголъ CNA = HCM, уголъ NCA = ∠CMH (*гео.* § 43), и уголъ A = H прямые, то для сего будетъ AN : CH = AC : HM, то есть *тан.в* : r = r : *кот.в*, откуда получится *тан.в* = $\frac{r^2}{\text{кот.в}}$ = $\frac{r \times \text{син.в}}{\text{коси.в}}$ (§ 6); а *кот.в* = $\frac{r^2}{\text{тан.в}}$ = $\frac{r \times \text{коси.в}}{\text{син.в}}$ (§ 6. *Приб.* 1).

Изъ сего видно, что цѣлой синусъ есть средняя пропорціональная линѣя, между тангенсомъ и котангенсомъ; и слѣдовательно котангенсъ HM угла ACB найдется, когда квадратъ радіуса AC, на тангенсъ AN того же угла раздѣлится.

Прибавл. III. Для подобія треугольниковъ CDB и ACN, будетъ CD : CA = CB : CN, или *коси.в* : r = r : *века.в*, то есть косинусъ угла ACB содержится къ радіусу, какъ сей же радіусъ къ секансу CN того же угла, откуда найдется *сек.в* = $\frac{r^2}{\text{коси.в}}$, то есть секансъ CN угла ACB, равняется квадрату радіуса, раздѣленному на косинусъ того же угла.

§ 7. ЗАДАЧА. *По данному синусу* CE *угла* CAD *или дуги* CD, *и синусу* DE *угла* DAB *или дуги* DB, *найти синусъ* CH *суммы тѣхъ двухъ дугъ или угла* CAB. фиг. 5я.

Рѣшен. Сперва надлежитъ найти по § 5му косинусъ AF угла BAD и косинусъ AE угла DAC,

потомъ умноживъ синусъ CE угла DAC косинусомъ AF угла BAD, а синусъ DF втораго угла косинусомъ AE перваго, сумму сихъ произведенiй раздѣли на радiусъ, то получится требуемой синусъ CH суммы двухъ данныхъ дугъ CD + DB или угла CAB.

Доказат. Проведя линѣи EK и EG перпендикулярно къ CH и AB, треугольники CEK, EAG и DAF будутъ подобны, потому что уголъ CEK + LEK = 90°, также уголъ AEG + LEK = 90°, а отнявъ отъ каждой суммы общiй уголъ LEK, останется уголъ CEK = ∠AEG = ∠ADF (*Гео.* §43. *Приб.* 1); уголъ же CKE = ∠AGE = ∠AFD прямые, по сему и уголъ ECK = ∠DAF. И такъ означивъ уголъ BAD буквою *a*, а уголъ DAC буквою *в*, для подобiя треугольниковъ ADF и CEK, будетъ AD : CE = AF : CK, то есть $r : \text{син.}в = \text{коси.}a : CK$, откуда найдется $CK = \frac{\text{син.}в \times \text{коси.}a}{r}$; потомъ изъ подобныхъ треугольниковъ FAD и GAE будетъ AD : AE = DF : EG, то есть $r : \text{коси.}в = \text{син.}a : EG$, гдѣ получится $EG = \frac{\text{син.}a \times \text{коси.}в}{r} = KH$; слѣдовательно требуемой синусъ $CH = CK + KH = \text{син.}(a + в) = \frac{\text{син.}в \times \text{коси.}a + \text{син.}a \times \text{коси.}в}{r}$ = синусу суммы двухъ дугъ BD и DC или угла BAC. ч. д. н.

Прибавл. I. Дабы найти косинусъ AH суммы двухъ данныхъ дугъ BD и DC, то для подобiя треугольниковъ ADF и AEG будетъ AD : AE = AF : AG, то есть $r : \text{коси.}в = \text{коси.}a : AG$, откуда найдется $AG = \frac{\text{коси.}a \times \text{коси.}в}{r}$; а изъ подобныхъ треугольниковъ ADF и CEK по-

лучится пропорція AD : CE = DF : EK, то есть r : *син.в* = *син.а* : EK, откуда найдется EK = HG = $\frac{син.а \times син.в}{r}$; по сему косинусъ AH = AG — HG = *коси.*$(a + в)$ = $\frac{коси.а \times коси.в - син.а \times син.в}{r}$ = косинусу AH суммы двухъ дугъ BD и DC или угла BAC, то есть, *когда косинусъ угла* BAD *умножится косинусомъ угла* DAC, *и синусъ перваго угла умножится синусомъ втораго, потомъ разность сихъ произведеній раздѣлится на радіусъ, то получится косинусъ* AH *суммы двухъ дугъ* DB и DC *или угла* BAC.

Прибавл. II. Изъ предъидущей задачи и прибавленія видно, когда будетъ уголъ CAD = DAB = *в* = *а* (*фиг.*6), то будетъ ∠CAB = 2*в*, и для того будетъ синусъ CH, суммы двухъ равныхъ дугъ CD + DB или удвоеннаго угла BAC, = *син* $(a+в)$ = *син.*2*в* = $\frac{син.в \times коси.в + син.в \times коси.в}{r}$ = $\frac{2(син.в \times коси.в)}{r}$; а косинусъ AH = *коси.*$(a + в)$ = *коси.*2*в* = $\frac{коси.в \times коси.в - син.в \times син.в}{r}$ = $\frac{коси.в^2 - син.в^2}{r}$ то есть *синусъ* CH *удвоеннаго угла* CAB *равенъ двойному произведенію изъ синуса* CE *на косинусъ* AE *половиннаго угла* CAD, *раздѣленному на радіусъ; а косинусъ* AH, *удвоеннаго угла* BAC, *равняется квадрату косинуса* AE *безъ квадрата синуса* CE *половиннаго угла* CAD, *раздѣленнымъ на радіусъ.*

Прибавл. III. Поелику изъ втораго прибавленія видно, что косинусъ AH удвоеннаго угла CAB (*фиг.* 6), равенъ квадрату изъ косинуса AE безъ квадрата синуса CE половиннаго угла CAD, раздѣленнымъ на радіусъ; и притомъ

квадратъ синуса CE съ квадратомъ косинуса AE, равенъ квадрату радіуса AC (*Гео.* § 174), то есть $\frac{\text{коси.}в^2 - \text{син.}в^2}{r} = \text{коси.}2в$, и $\text{коси.}в^2 + \text{син.}в^2 = r^2$, или $\frac{\text{коси.}в^2 + \text{син.}в^2}{r} = r$ (по раздѣленіи на r); то вычтя части перваго уравненія изъ частей втораго, останется $\frac{2.\text{син.}в^2}{r} = r - \text{коси.}2в$, а по умноженіи на r и по раздѣленіи на 2, выйдетъ $\text{син.}в^2 = (r - \text{коси.}2в) \times \frac{r}{2}$, а когда изъ обѣихъ частей извлечется квадратной корень, то будетъ $\text{син.}в = \sqrt{[(r - \text{коси.}2в) \times \frac{r}{2}]}$ = синусу CE угла CAD. Но естьли части перваго уравненія сложатся съ частьми втораго, то будетъ $\frac{2\,\text{коси.}в^2}{r} = r + \text{коси.}2в$, а по умноженіи на r и по раздѣленіи на 2 будетъ $\text{коси.}в^2 = (r + \text{коси.}2в) \times \frac{r}{2}$, откуда найдется $\text{коси.}в = \sqrt{[(r + \text{коси.}2в) \times \frac{r}{2}]}$ = косинусу AE угла CAD. Изъ сего удобно разумѣть можно: естьли положимъ уголъ $CAB = 2в = h$, то будетъ уголъ $CAD = \frac{1}{2}\angle CAB = в = \frac{1}{2}h$; а по сему и $\text{син.}в = \text{син.}\frac{1}{2}h = \sqrt{[(r - \text{коси.}2в) \times \frac{r}{2}]} = \sqrt{[(r - \text{коси.}h) \times \frac{r}{2}]}$ = синусу CE половиннаго угла CAD; $\text{коси.}в = \text{коси.}\frac{1}{2}h = \sqrt{[(r + \text{коси.}2в) \times \frac{r}{2}]} = \sqrt{[(r + \text{коси.}h) \times \frac{r}{2}]}$ = косинусу AE половиннаго угла CAD. Изъ сихъ формулъ явствуетъ, что $r - \text{коси.}h = AB - AH$ = синусу обращенному HB угла CAB; и $r + \text{коси.}h = AF + AH = FH$, по сему, половиннаго угла CAD синусъ $CE = \sqrt{(HB \times \frac{1}{2}AB)}$; а косинусъ $AE = \sqrt{(FH \times \frac{1}{2}AB)}$; слѣдовательно, когда данъ будетъ синусъ CH угла CAB, котораго косинусъ AH и синусъ обращенной HB по § 5му будутъ извѣстны, то *синусъ* CE *половиннаго угла* CAD *будетъ равенъ квадратно-*

му корню изъ произведенія синуса обращеннаго HB *угла* CAB *на половину радіуса* AB; *а косинусъ* AE *половиннаго угла* CAD *равенъ квадратному корню изъ произведенія радіуса* AB *сложеннаго съ косинусомъ* AH *угла* CAB *на половину радіуса* AB. Изъ сего удобно видѣть можно, что синусъ CE половиннаго угла CAD, есть средняя пропорціональная линѣя между синусомъ обращеннымъ HB угла CAB и половиною радіуса AB; а косинусъ AE тогоже угла, есть средняя пропорціональная линѣя, между отрѣзкомъ FH діаметра BF и половиною радіуса AB или AF.

И такъ естьли положимъ синусъ 30 град. $= CH = \frac{r}{2} = 5000000$, то синусъ CE половиннаго угла CAD, то есть *sin.*15° найдется слѣдующимъ образомъ: поелику угла CAB или 30° косинусъ $CH = 8660254$ (§ 5), то будетъ синусъ обращенной $HB = 10000000 - 8660254 = 1339746$; по сему будетъ синусъ $CE = \sqrt{(1339746 \times 5000000)} = 2588190$ = синусу 15°, а косинусъ $AE = \sqrt{(18660254 \times 5000000)} = 9659258$ = косинусу 15 град., или синусу 75 град.

§ 8. ЗАДАЧА. *По данному синусу* CH *дуги* BDC *и синусу* DF *дуги* DC, *найти синусъ* DE *угла* BAD *или дугп* BD, *которая равна разности тѣхъ двухъ данныхъ дугъ.* фиг. 7я.

Рѣшен. Поелику косинусъ AH угла BAC, и косинусъ AF угла DAC по § 5му будутъ намъ извѣстны: но дабы найти требуемый синусъ DE разности двухъ данныхъ дугъ CB и CD или угла BAD, то проведя FG перпендикулярно къ радіусу AB и DI параллельно къ AB, треуголь-

ники ACH и AFG, имѣющіе общій уголъ BAC, и при точкахъ H и G по прямому углу, будутъ подобны; также треугольникъ FDI подобенъ ΔACH, потому что углы при точкахъ H и I прямые, уголъ AFG + DFI = 90°, и уголъ DFI + FDI = 90°; а отнявъ отъ каждой суммы общій уголъ DFI, останется уголъ FDI = $\angle$AFG = $\angle$ACH (*Гео.* § 43. *Приб.* 1); и для того изъ подобныхъ треугольниковъ ACH и AFG (назвавъ уголъ BAC = a, уголъ DAC = $в$, будетъ уголъ BAD = a — $в$), будетъ AC : CH = AF : FG, то есть r : *син.а* = *коси в* : FG, откуда найдется FG = $\frac{син.а \times коси.в}{r}$; а для подобныхъ треугольниковъ ACH и FDI будетъ AC : FD = AH : FI, то есть r : *син.в* = *коси.а* : FI, гдѣ получится FI $\frac{син.в \times коси.а}{r}$; слѣдовательно синусъ DE угла BAD = FG — FI = IG = *син.*(a — $в$) = $\frac{син.а \times коси.в - син.в \times коси.а}{r}$, то есть, *синусъ* DE *разности двухъ дугъ* CDB *и* CD *или дуги* BD, *равенъ произведенію изъ синуса* CH *дуги* BDC, *на косинусъ* AF *дуги* CD, *безъ произведенія изъ синуса второй дуги на косинусъ первой дуги, раздѣленныхъ на радіусъ.*

Прибавл. I. Поелику изъ подобныхъ треугольниковъ ACH и AFG получится пропорція AC : AF = AH : AG, то есть r : *коси.в* = *коси.а* : AG, то отсюда получится AG = $\frac{коси.а \times коси.в}{r}$; а для подобія треугольниковъ ACH и FDI, будетъ AC : FD = CH : DI, то есть r : *син.в* = *син.а* : DI, откуда найдется DI = $\frac{син.а \times син.в}{r}$ = GE, по сему AG + GE = AE = косинусу угла BAD = *коси.*(a — $в$) = $\frac{коси.а \times коси.в + син.а \times син.в}{r}$, то есть *косинусъ* AE *разности двухъ дугъ* CB — CD

равенъ произведенію изъ косинуса AH *угла* BAC *на косинусъ* BF *угла* DAC, *сложенному съ произведеніемъ изъ синуса перваго угла на синусъ втораго, раздѣленнымъ на радіусъ.*

Прибавл. II. Ежели изъ теоремы § 7го, формула $\frac{\text{син.}a \times \text{коси.}в + \text{син.}в \times \text{коси.}a}{r} = \text{син.}(a + в)$, сложится съ формулою $\frac{\text{син.}a \times \text{коси.}в - \text{син.}в \times \text{коси.}a}{r} = \text{син.}(a - в)$ сей теоремы; то выйдетъ $\frac{2.\text{син.}a \times \text{коси.}в}{r} = \text{син.}(a + в) + \text{син}(a - в)$, то есть удвоенное произведеніе изъ синуса дуги a и косинуса дуги $в$, раздѣленное на радіусъ, равно синусу суммы 2хъ дугъ a и $в$ сложенному съ синусомъ разности тѣхъ же дугъ. А когда изъ формулы $\frac{\text{коси.}a \times \text{коси.}в + \text{син.}a \times \text{син.}в}{r} = \text{коси.}(a - в)$ предъидущаго прибавл. вычтется формула $\frac{\text{коси.}a \times \text{коси.}в - \text{син.}a \times \text{син.}в}{r} = \text{коси.}(a + в)$ § 7 го прибав. 1го, то будетъ $\frac{2.\text{син.}a \times \text{син.}в}{r} = \text{коси.}(a - в) - \text{коси.}(a + в)$, то есть двойное произведеніе изъ синуса a и синуса $в$ раздѣленное на радіусъ, равно косинусу разности двухъ дугъ a и $в$ безъ косинуса суммы тѣхъ же дугъ. Естьли же положимъ $a = 30°$, то будетъ $\text{син.}a = \frac{r}{2}$, и $2.\text{син.}a = r$ (§ 3. *Слѣд*); слѣдовательно, когда въ выведенныхъ формулахъ на мѣсто $2.\text{син.}a$ поставится r, то первая формула превратится въ слѣдующую: $\frac{r \times \text{коси.}в}{r} = \text{син.}(30° + в) + \text{син.}(30° - в)$, то есть, $\text{коси.}в = \text{син.}(30° + в) + \text{син.}(30° - в)$; а изъ сего получится $\text{син.}(30° + в) = \text{коси.}в - \text{син.}(30° - в)$ (*Ариѳ.* § 32); а изъ второй формулы выйдетъ $\text{син.}в = \text{коси.}(30° - в) - \text{коси.}(30° + в)$, откуда получится $\text{коси.}(30° + в) = \text{коси.}(30° - в) - \text{син.}в$ (*Ариѳ.* § 27 и 32). Формулы выведенныя въ семъ прибавленіи, служатъ къ тому, что нашедши синусы и косинусы до 30 град. можно будетъ чрезъ одно только вычитаніе,

находить синусы и косинусы всѣхъ угловъ до 60 градусовъ.

§ 9. ТЕОРЕМА. *Сумма синусовъ двухъ дугъ* AB *и* AC, *содержится къ разности тѣхъ же синусовъ, какъ тангенсъ полсуммы тѣхъ дугъ къ тангенсу полуразности ихъ.* фиг. 8я.

Доказат. Положивъ дугу $AC = a$, а дугу $AB = в$, продолжи синусъ CG до пресѣченія съ окружностію въ точкѣ H, то будетъ дуга $AC = AH$ и хорда CH перпендикулярна къ діаметру AE; изъ точки B проведемъ BD параллельно къ AE, то оная будетъ перпендикулярна къ CH; изъ точки D проведемъ хорды DC и DH, и радіусомъ DL равнымъ радіусу AO круга ACEH опишемъ дугу LP, пересѣкающуюся съ линѣею BD въ точкѣ N; потомъ чрезъ точку N проведя KN перпендикулярно къ BD, будутъ линѣи KN и MN тангенсы угловъ CDB и BDH, кои, имѣя свои верхи при окружности, измѣряются половиною дугѣ BC и BH: но поелику дуга BC равна разности двухъ дугъ AC и AB, а дуга BH равна суммѣ двухъ дугъ $AH + AB = AC + AB$; слѣдовательно уголъ CDB измѣряется половиною разности BC, а уголъ BDH половиною суммы BH двухъ дугъ AB и AC; по сему $KN = тап(\frac{a-в}{2})$, а $NM = тап.(\frac{a+в}{2})$. Изъ сего видно, что $GC = GH$ и $GI = BF$, по сему $HI = GC + GI = CG + BF = сип.a + сип.в$, есть сумма синусовъ двухъ дугъ AB и AC, также $CI = CG - GI = CG - BF = сип.a - сип.в =$ разности синусовъ тѣхъ же дугъ. Но какъ KM параллельна къ CH, то треугольникъ CID подобенъ ΔKND, а треугольникъ IHD подобенъ ΔNMD, и для того будетъ ID : ND

= IH : MN = IC : NK, откуда получится пропорція HI : IC = MN : NK, то есть *син.а* + *син.в* : *син.а* — *син.в* = *тан.* $(\frac{a+в}{2})$: *тан.* $(\frac{a-в}{2})$. ч. д. н.

§ 10. ЗАДАЧА. *По данному радіусу или цѣлому синусу, сочинить таблицу синусовъ, тангенсовъ и секансовъ всѣхъ дугъ четверти круга отъ одной минуты до 90 градусовъ.*

Рѣшен. Поелику радіусъ или синусъ прямаго угла = 10000000000 (§ 4. *Приб.*), синусъ 30° = 5000000000 (§ 3 *Слѣд.*), косинусъ 30° или синусъ 60° = 8660254037 (§ 5); слѣдовательно, когда косинусъ 30° вычтется изъ цѣлаго синуса и сей остатокъ умножится половиною радіуса, а потомъ извлечется корень квадрата, то получится синусъ 15° = 2588190451 (§ 7. *Приб.* 3) и по тому же предложенію. найдется косинусъ 15° или синусъ 75° = 9659258262; потомъ такимъ же порядкомъ по извѣстному косинусу 15° сыщутся синусы и косинусы $7\frac{1}{2}$, $3\frac{3}{4}$, $1\frac{7}{8}$ градуса, и такъ далѣе продолжая сыскивать синусы и косинусы половинныхъ дугъ до 12 го дѣйствія, найдется весьма малой дуги 52 секунд. 44 тер. $3\frac{3}{4}$ скрупула синусъ = 2556609, а косинусъ сей дуги будетъ = 9999999673; естьли же произведеніе изъ сего синуса и радіуса раздѣлится на косинусъ, то и тангенсъ сей малой дуги будетъ = 2556609 Изъ сего видно, что синусъ и тангенсъ сей дуги соединяясь въ одну прямую линѣю составляютъ дугу $52''$, $44'''$, $3\frac{3}{4}^{IV}$; слѣдовательно синусы весьма малыхъ дугъ или угловъ, можно принять безъ всякой чувствительной погрѣшности за тѣ самыя дуги: но поелику дуги одного круга содержатся между собою, какъ измѣряющіяся ими углы (*Гео.* § 14. *Слѣд.* 1), и для

того составляютъ слѣдующую пропорцію : какъ число скрупулей дуги сысканнаго синуса, содержатся къ скрупуламъ одной минуты, такъ величина найденнаго синуса, будетъ содержаться къ синусу одной минуты, то есть $189843\frac{3}{4}^{IV}$: 216000^{IV} = 2556609 : 2908882 = синусу одной мин. въ коемъ отнявъ 3 послѣдніе знака, можно принять за 29.09; а по сему найденному синусу, сыщется косинусъ одной минуты или синусъ 89°, 59′ = 99999.99 (§ 5). Потомъ по извѣстному синусу одной минуты, сыщется синусъ и косинусъ 2хъ мин. или синусъ 89°, 58′ (§ 7. *Приб.* 2); а по синусу 1 ми. и синусу 2хъ мин. найдется синусъ и косинусъ 3хъ минутъ (§ 7); также по найденному синусу 2хъ минутъ сыщется синусъ 4хъ минутъ; а по синусу 2′ и синусу 3′ найдется синусъ 5 минутъ и такъ далѣе вычислены будутъ синусы отъ одной минуты до 30 град; также и косинусы всѣхъ тѣхъ дугъ или синусы угловъ отъ 90° до 60° будутъ извѣстны. Послѣ сего по синусу 30° и по найденнымъ синусамъ отъ одной минуты до сего угла, чрезъ одно только вычитаніе и сложеніе, найдены будутъ синусы и косинусы отъ 30° до 45° (§ 8. *Приб.* 2). *На прим.* ежели бы должно было найти синусъ и косинусъ $32\frac{1}{2}$ град., то принявъ въ разсужденіе изъ § 8 *Приб.* 2) формулу *син.* (30° + *в*) = *косин.в* — *син.*(30° — *в*), буква *в* означать будетъ $2\frac{1}{2}$ град, по сему *син.* (30° + *в*) = *син.* $32\frac{1}{2}$ град, *косин.в* = *косин.* $2\frac{1}{2}$ град = *син.* $87\frac{1}{2}$ град. *син* (30° — *в*) = *син* $27\frac{1}{2}$ град.; слѣдовательно синусъ $32\frac{1}{2}$ град. найдется, когда изъ косинуса $2\frac{1}{2}$ град. вычтется синусъ $27\frac{1}{2}$

град., и косинусъ $32\frac{1}{2}$ град. или синусъ $57\frac{1}{2}$ град. сыщется, когда изъ косинуса $27\frac{1}{2}$ град. вычтется синусъ $2\frac{1}{2}$ град. (§ 8. *Приб.* 2). Но поелику косинусы всѣхъ дугъ отъ 30° до 45° суть синусы дополнительныхъ угловъ, то и синусы отъ 60° до 45° будутъ извѣстны; и слѣдовательно чрезъ то составится таблица синусовъ отъ одной минуты до 90 град.

По извѣстнымъ же синусамъ всѣхъ дугъ четверти круга, найдены будутъ тангенсы означенныхъ дугъ, когда произведеніе изъ радіуса и синуса каждой дуги, раздѣлится на косинусъ той же дуги; слѣдовательно, чрезъ то составится таблица тангенсовъ. Напослѣдокъ по извѣстнымъ синусамъ и тангенсамъ, посредствомъ предложеннаго, въ 5мъ Приб. § 6го, правила, найдены быть могутъ секансы отъ одной минуты до 90 град. и чрезъ то сочинится таблица секансовъ.

Примѣчан. Величина синусовъ, тангенсовъ и секансовъ, для облегченія вычисленія, не всеми знаками означается въ обыкновенныхъ таблицахъ синусовъ ко употребленію напечатанныхъ; но по три послѣднихъ знака уничтожены, и еще въ остальныхъ по два отдѣлены запятою, для десятичныхъ дробей.

§ 11. ЗАДАЧА. *Найти содержаніе діаметра круга къ своей окружности.*

Рѣшен. Поелику синусъ и тангенсъ одной минуты суть равны между собою (§ 10), кои соединясь въ одну прямую линѣю равняются дугѣ одной минуты; слѣдовательно, естьли 360° приведутся въ минуты, то число 21600 сихъ минутъ, будутъ означать число дугъ, содержащихся въ окружности круга, изъ ко-

ихъ каждая равна синусу одной минуты; по сему сумма сихъ синусовъ составляетъ окружность круга: но поелику радіусъ или цѣлой синусъ содержитъ въ себѣ 10000000000 равныхъ частей, то діаметръ круга будетъ имѣть въ себѣ 20000000000 равныхъ частей; синусъ же одной минуты = 2908882 такимъ же частямъ, которой безъ погрѣшности принять можно за 21600ю часть всей окружности круга; по сей причинѣ, естьли синусъ одной минуты умножится чрезъ 21600, то произведеніе 62831851200 будетъ означать окружность круга; слѣдовательно діаметръ круга содержится къ своей окружности какъ 20000000000 къ 62831851200, или по раздѣленіи на 200 какъ 100000000 : 314159256: но какъ сіе содержаніе, въ разсужденіи большихъ чиселъ въ выкладкахъ затруднительно; то принявъ діаметръ за числителя, а окружность за знаменателя, помянутое содержаніе можетъ быть изображено дробью $\frac{100000000}{314159256}$, которая будучи превращена въ безпрерывную дробь (*Арив.* §62), изобразится такимъ образомъ: $\frac{1}{3+\frac{1}{7+\frac{1}{15+\frac{1}{1+}}}}$ и прочая
естьли же изъ сей дроби возмется два члена $\frac{1}{3+\frac{1}{7}}$, то выйдетъ дробь $\frac{7}{22}$ = 7 : 22, изъявляющая *Архимедово* содержаніе діаметра къ окружности какъ 7 : 22, а когда возмутся четыре члена, то получится дробь $\frac{113}{355}$ = 113 : 355, означающая *Меціево* содержаніе діаметра къ своей окружности какъ 113 : 355. Когда же въ найденномъ содержаніи 100000000 : 314159256 отнимется по шести знаковъ отъ правой руки, то выйдетъ содержаніе діаметра къ окружности круга какъ 100 : 314, или по раздѣленіи на 2 какъ 50 : 157.

О рѣшенiи треугольниковъ по простымъ таблицамъ синусовъ, тангенсовъ и секансовъ.

§ 12. ТЕОРЕМА *Въ прямоугольномъ треугольникѣ* ABC, *дiогональ* AC *содержится къ перпендикуляру* BC, *какъ цѣлой синусъ изъ таблицъ взятой, къ синусу угла* BAC *противулежащаго боку* BC. фиг. 9я.

Доказат. Положимъ, что изъ точки A, величиною радiуса AD изъ таблицъ взятаго, опишется дуга DF, и изъ точки D на AF опустится перпендикуляръ DE, то оная будетъ синусъ угла A, линѣя же AE будетъ косинусъ сего угла. Но какъ линѣя DE параллельна къ линѣи BC, то треугольникъ ACB подобенъ треугольнику ADE, и для того AC : CB = AD : DE, или AC : CB = r : *син.* A, то есть, дiогональ AC содержится къ боку BC, какъ радiусъ изъ таблицъ взятой, къ синусу противу лежащаго тому боку угла BAC. Изъ тѣхъ же подобныхъ треугольниковъ получится, пропорцiя AC : AB = AD : AE, то есть, AC : AB = r : *коси.* A или все равно AC : AB = r : *син.* ACB.

Прибавл. Ежели проведется перпендикулярная FG, то получатся два подобные треугольника ABC и AFG, и притомъ линѣя FG будетъ тангенсъ угла A; и для того будетъ AB : BC = AF : FG или AB : BC = r : *тан.* A, то есть бокъ AB содержится къ противулежащему боку BC остраго угла A, какъ радiусъ изъ таблицъ взятой, къ тангенсу того же угла A, и обратно, r : *тан.* A = AB : BC.

§ 13. ТЕОРЕМА. *Цѣлой синусЪ изЪ таблицЪ взятой, содержится кЪ секансу одного остраго угла, какЪ бокЪ* AB *изЪ составляющихЪ острой уголЪ* A, *треугольника* ABC, *кЪ дiогонали* AC. фиг. 9я.

Доказател. Ибо ежели линѣя AF равна радiусу изЪ таблицЪ взятому, то будетЪ FG тангенсЪ, а линѣя AG секансЪ угла A. И для подобныхЪ треугольниковЪ ABC и AEG, будетЪ AF : AG = AB : AC, то есть *r* : *сек.*A = AB : кЪ дiогонали AC.

§ 14. ЗАДАЧА. *Найти величину синуса* 37°, 29′, 15″, *котораго вЪ таблицахЪ не имѣется.* фиг. 10я.

Рѣшен. ПрiискавЪ вЪ таблицахЪ большей ближайшiй синусЪ угла 37°, 30′, также и синусЪ 37°, 29′; вычти сей синусЪ изЪ перваго и уголЪ 37°, 29′ изЪ угла 37°, 30′, получится разность дуги одной минуты; потомЪ составя пропорцiю, какЪ дуга 1′ или 60″ содержится кЪ 15″, такЪ разность синусовЪ 60″ кЪ разности синусовЪ 15″; сысканное такимЪ образомЪ число, сложивЪ сЪ величиною синуса 37°, 29′ получится синусЪ 37°, 29′, 15″, какЪ-то изЪ слѣдующаго видно: *син.*37°, 30′=60876.14, *син.*37°, 29′ =60853.06, коихЪ разность будетЪ =23.08; потомЪ будетЪ 60″ : 15″ = 23.08 : 5.77=разности помянутыхЪ синусовЪ; потомЪ будетЪ синусЪ 39°, 29′, 15″=60853.06+5.77=60858.83.

Доказат. ПоложимЪ, что синусЪ 37°, 30′= EK, синусЪ 30°, 29′=BG, а искомой синусЪ 37°, 29′, 15″=DH, то будетЪ разность синусовЪ EK — BG = EK — AK = AE, а разность

синусовъ DH — BG = CD: но какъ весьма малыя дуги ED и DB, можно принять безъ всякой погрѣшности за одну прямую линѣю, то для подобныхъ треугольниковъ AEB и CDB будетъ EB : DB = AE : CD, то есть, дуга 60″ къ дугѣ 15″ какъ разность AE синусовъ EK и BG, къ разности CD синусовъ DH и BG; слѣдовательно DH = CD + GB = синусу 37°, 29′, 15″.

§ 15. ЗАДАЧА. *По данному синусу* 53798.56, *коего въ таблицахъ не имѣется, найти соотвѣтствующее ему число град. мин. и секундъ.* фиг. 10я.

Рѣшен. Ежели въ таблицахъ точнаго числа данному синусу не находится, то сіе значитъ, что къ сему синусу, сверхъ градусовъ и минутъ, принадлежатъ еще секунды. И такъ прискавъ въ таблицахъ къ данному синусу большой и меньшой ближайшіе синусы, потомъ вычтя меньшой синусъ изъ большаго ближайшаго, также и минуты изъ минутъ соотвѣтствующихъ имъ угловъ, получится разность синусовъ одной минуты; равнымъ образомъ, вычтя меньшой ближайшей синусъ изъ даннаго синуса, останется разность сихъ синусовъ; а напослѣдокъ должно составить пропорцію, какъ разность большаго и меньшаго ближайшаго синусовъ, къ разности даннаго и меньшаго ближайшаго синусовъ, такъ 60″ къ секундамъ искомаго угла, которые приписавъ къ градусамъ и минутамъ меньшаго ближайшаго синуса, получится требуемое число град. мин. и секунд. даннаго синуса. Какъ-то: будетъ большей ближ. *син.* = 53803.54 = 32°, 33′, меньш. ближ. *син.* =

53779.02 = 32°, 32′, то разность сихъ синусовъ будетъ = 24.52, а разность даннаго и меньшаго ближ. *син.* = 19.54; а по сему будетъ 2452 : 1954 = 60″ : 47″, слѣдоват. даннаго синуса 53798.56 соотвѣтствующій уголъ = 32°, 32′, 47″.

Доказат. Положимъ, что данной синусъ 53798.56 = HD, большой ближайшій синусъ = EK, меньш. ближай. = BG, то по рѣшенію будетъ разность синусовъ EK — BG = AE, разность синусовъ DH — BG = CD: но поелику дугу EB можно принять за прямую линѣю, то для подобныхъ треугольниковъ ABE и CDB будетъ AE : CD = EB : DB, то есть разность большаго и меньшаго ближайшаго синусовъ, къ разности даннаго и меньшаго ближайшаго, какъ дуга 60″ къ дугѣ DB; слѣдовательно дуга DB + BM = дугѣ DM искомаго синуса DH.

§ 16. ЗАДАЧА. *Въ прямоугольномъ треугольникѣ* BCD *извѣстны діогональ* BC = 270 *фут. уголъ* C = 36°, 42′, *найти перпендикуляръ* BD. фиг. 11я.

Рѣшен. Пріискавъ въ таблицахъ даннаго угла C соотвѣтствующій синусъ 59762.51, надлежитъ сдѣлать слѣдующую пропорцію: какъ радіусъ къ синусу угла C, изъ таблицъ взятые, такъ діогональ BC къ перпендикуляру BD (§ 12), то есть 100000.00 : 59762.51 = 270 : BD, откуда найдется BD = 161′, 3″.

§ 17. ЗАДАЧА. *По данной діогонали* BC *и перпендикуляру* DB *прямоугольнаго треугольника* CDB, *найти число град. угла* C. фиг. 11я.

Рѣшен. Положивъ діогональ BC = 300′, перпендикуляръ BD = 210′, надлежитъ сдѣлать про-

порцію, какъ діогональ BC къ перпендикуляру BD, такъ цѣлой синусъ изъ таблицъ взятой къ синусу угла C (§ 12), то есть 300 : 210 = 100000.00 : 70000.00 = *син.*C. Потомъ сыскавъ въ таблицахъ синусовъ, хотя въ первыхъ только знакахъ сходственное число найденному синусу, получится уголъ C = 44°, 25. Но какъ къ найденному синусу 70000.00 принадлежатъ еще секунды, то по § 15му найдется, что уголъ C = 44°, 25′, 37″, 13‴.

§ 18. ЗАДАЧА. *По данному основанію* CD *и перпендикуляру* BD *прямоугольнаго треугольника* BCD, *найти углы* B *и* C. фиг. 11я.

Рѣшен. Положивъ CD = 480′, BD = 270′, надлежитъ сдѣлать слѣдующую пропорцію, CD : BD = r : *тан.*C (§ 12. *Приб.*), то есть 480′ : 270′ = 100000.00 : *тан.*C; откуда найдется *тан.*C = 56250.00; потомъ сыскавъ къ сему числу, въ таблицахъ тангенсовъ, сходственное въ первыхъ знакахъ меньшое ближайшее число, получится уголъ C = 29°, 21′; который вычтя изъ 90°, останется 60°, 39′ = углу B.

§ 19. ЗАЧАЧА. *По данному основанію* CD *и углу* C *прямоугольнаго треугольника* BCD, *найти высоту* BD. фиг. 11я.

Рѣшен. Положивъ CD = 760′, уголъ C = 40°, 19′, и сыскавъ въ таблицахъ угла 40°, 19′ тангенсъ, которой будетъ = 84856.19, должно сдѣлать пропорцію, r : *тан.*C = CD : DB (§ 12 *Приб.*), то есть 100000.00 : 84856.19 = 760′ : 644′ = высотѣ BD.

§ 20. ЗАДАЧА. *По данному основанію* CD *и углу* DCB *прямоугольнаго треуголчника* BCD, *найти діогональ* BC. фиг. 11я.

Рѣшен. Положивъ CD = 540′, уголъ DCB = 65°, 32′, и сыскавъ въ простыхъ таблицахъ даннаго угла 65°, 32′ секансъ, которой = 241450.38, сдѣлай слѣдующую пропорцію: *r* : *сек*. C = CD : BC (§ 13), то есть 100000.00 : 241450.38 = 540′ : 1303′ = діогонали BC.

§ 21. ТЕОРЕМА. *Во всякомъ треугольникѣ* ABC, *синусы угловъ содержатся между собою какъ противулежащіе тѣмъ угламъ бока.*

Доказат. I. На основаніе CB или на продолженіе онаго CD (*фиг.* 12), проведи изъ верха A перпендикулярную линѣю AD, то для прямоугольнаго треугольника ACD, будетъ *r* : *син*. ACB = AC : AD; а для прямоугольнаго треугольника ADB будетъ *r* : *син* ABD = AB : AD (§ 12): но поелику въ обѣихъ пропорціяхъ крайніе члены равны, то будетъ *син*. ACB : *син*. ABC или ABD = AB : AC (*Ариѳ*. § 127).

Доказат II. Описавъ около треугольника ACB (*фиг.* 13) кругъ EFG (*Гео*. § 64), проведи изъ центра D, на каждой бокъ треугольника, перпендикулярныя линѣи DE, DF и DG, коими бока AB, BC и CA треугольника ABC, также и стягивающіяся ими дуги, раздѣлятся на двѣ равныя части (*Гео*. § 59. *Слѣд*. 2); по сему будетъ уголъ ADE = ACB, уголъ CDF = BAC и уголъ CDG = ABC, потому что каждой изъ нихъ измѣряется половиною соотвѣтствующей ему дуги (*Гео* § 71). Но какъ AH = $\frac{1}{2}$AB, CI = $\frac{1}{2}$BC, CK = $\frac{1}{2}$AC; по сему AH = синусу угла ADE или ACB, CI = синусу угла CDF или BAC, и CK есть синусъ угла CDG или ABC; но поелику одинакія ча-

сти содержатся какъ ихъ цѣлыя; то отъ сего произойдетъ пропорція, $\frac{1}{2}$AB : AB = $\frac{1}{2}$BC : BC = $\frac{1}{2}$AC : AC или AH : AB = CI : BC = CK : AC, то есть *син.*ACB : AB = *син.*BAC : BC = *син* ABC : AC (§ 4 *Слѣд.*); слѣдовательно синусы угловъ всякаго треугольника, содержатся какъ противулежащіе тѣмъ угламъ бока.

Примѣч. Сія теорема есть общая для всякихъ треугольниковъ, посредствомъ которой, разрѣшаются не только косоугольные, но и прямоугольные треугольники.

§ 22. ЗАДАЧА. *По извѣстнымъ бокамъ* AC, BC *и углу* BAC *остроугольнаго треугольника* ABC, *найти прочія его части.* фиг. 12я.

Рѣшен. Положивъ бокъ BC = 740′, бокъ AC = 860′ уголъ BAC = 48°, 35′ и сыскавъ въ таблицахъ синусъ угла BAC, которой будетъ = 74991.87, должно сдѣлать пропорцію, BC : AC = *син.*BAC : *син.*ABC, то есть 740′ : 860′ = 74991.87 : 87152.71 = *син.*ABC, которому въ таблицахъ синусовъ найдется соотвѣтствующій уголъ = 60°, 38′; потомъ сыскавъ и третій уголъ C = 70°, 47′ (*Гео.* § 48. *Слѣд.* 2), будетъ *син.*BAC : *син.*ACB = BC : AB, и чрезъ то найдется величина бока AB (§ 21).

§ 23 ЗАДАЧА. *Въ тупоугольномъ треугольникѣ* ABC, *извѣстны бокъ* BC = 562′, *уголъ* CAB = 37°, *и тупой уголъ* ABC = 117°, 40′, *найти бока* AC и AB. фиг. 12 я.

Рѣшен. Поелику синусъ тупаго угла ABC равенъ синусу остраго угла ABD, которой есть дополненіе перваго до 180° (§ 2), по сему когда тупой уголъ ABC = 117°, 40′ вычтется изъ 180°,

то получится острой уголъ ABD = 62°, 20′; и для того составя слѣдующую пропорцію: *син.* BAC : *син.* ABD = BC : AC, найдется бокъ AC = 827′; потомъ сыскавъ третій уголъ C, будетъ *син.* CAB : *син.* C = BC : AB, откуда найдется бокъ AB = 399′.

§ 24. ЗАДАЧА. *Въ треугольникѣ* ABC, *всѣ углы порознь и сумма всѣхъ боковъ извѣстны, найти порознь каждой бокъ.* фиг. 14я.

Рѣшен. Продолжа основаніе AC въ обѣ стороны, сдѣлай CD = BC, AE = AB, и проведя BD и BE, будетъ линѣя ED равна суммѣ всѣхъ боковъ треугольника ABC; а уголъ D, въ разсужденіи равныхъ линѣй CD и BC, равенъ половинѣ угла ACB, также и уголъ E = $\frac{1}{2}$∠BAC (*Гео.* § 48. *Слѣд.* 1); слѣдовательно въ треугольникѣ EBD, по извѣстному основанію ED и угламъ D и E найдется бокъ BE (§ 23); потомъ въ равнобедренномъ треугольникѣ ABE, по извѣстной линѣи EB и угламъ AEB и ABE, сыщется бокъ AB (§ 23); наконецъ по сему боку и всѣмъ угламъ треугольника ABC найдутся бока AC и BC. (§ 23).

Рѣшен. II. Поелику *син.* BAC : BC = *син.* ACB : AB = *син.* ABC : AC, то изъ сего произойдетъ слѣдующая пропорція: *син.* BAC + *син.* ACB + *син.* ABC : BC + AB + AC = *син.* BAC : BC (*Ариѳ.* § 131), то есть сумма синусовъ всѣхъ угловъ, содержится къ суммѣ всѣхъ боковъ треугольника, какъ синусъ угла BAC, къ противулежащему боку BC; а по найденному боку BC и по всѣмъ угламъ треугольника ABC, сыщутся прочіе его бока AB и AC (§ 23). И такъ естьли положимъ уголъ BAC = 57°, 29′, ∠ACB = 58°, 56′, ∠ABC =

63°, 35′, а сумма всѣхъ боковъ треугольника АВС = 2860′, то будетъ соотвѣтствующій въ таблицѣ *син.* АВС = 84323.51, *син.* АСВ = 85656.74, *син.* АВС = 89558.24, коихъ сумма = 259538.49, и для того произойдетъ слѣдующая пропорція: 259538.49 : 2860′ = *син.* ВАС. 84323.51 : 929 = боку ВС; а напослѣдокъ по извѣстнымъ угламъ и боку ВС, сыщутся бока АВ и АС (§ 23).

§ 25. ЗАДАЧА. *Въ треугольникѣ* АВС, *всѣ углы порознь и площадь онаго извѣстны, найти величину его боковъ.* фиг. 129.

Рѣшен. Поелику, во всякомъ треугольникѣ синусы угловъ, содержатся между собою какъ противулежащіе тѣмъ угламъ бока (§ 21), слѣдовательно, изъ относительныхъ къ тѣмъ угламъ синусовъ составленный треугольникъ, будетъ подобенъ данному АВС (*Гео.* § 119); по сей причинѣ сыскавъ площадь треугольника, составленнаго изъ синусовъ (*Гео.* § 198), произойдетъ пропорція, какъ плоскость треугольника мнимо сдѣланнаго изъ синусовъ, къ площади даннаго △АВС, такъ квадратъ синуса угла САВ, къ квадрату бока ВС, котораго квадратной корень будетъ равенъ боку ВС; а напослѣдокъ по всѣмъ угламъ и боку ВС треугольника АВС, найдутся прочія его части (§ 23).

Примѣч. Дабы при рѣшеніи треугольниковъ избѣгнуть медленности въ помноженіи и дѣленіи большихъ чиселъ, какъ-то синусовъ и тангенсовъ, то употребляются для того таблицы логариѳмовъ, содержащія въ себѣ особенныя числа, весьма удобно облегчающія, всякаго роду задачь, рѣшенія; о свойствѣ и употребленіи коихъ, мы теперь предложить намѣрены.

О сочиненіи таблицъ, логариѳмовъ и о ихъ свойствѣ.

§ 26. *Опредѣл. Логариѳмы* суть искусственныя числа, посредствомъ коихъ умноженіе производится чрезъ сложеніе, а дѣленіе чрезъ вычитаніе и прочая. Они основаніе свое имѣютъ на слѣдующемъ: ежели подъ прогрессію ариѳметическую, начинающуюся отъ нуля, подпишется какая нибудь прогрессія геометрическая, начинающаяся отъ единицы, то числа прогрессіи ариѳметической будутъ логариѳмы соотвѣтствующихъ чиселъ прогрессіи геометрической. Какъ *На прим.* пусть будетъ прогрессія:

Ариѳтетич.	0,	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7	и проч.
Геометрич.	1 :	2 :	4 :	8 :	16 :	32 :	64 :	128	и проч.

то верхнія числа называются *Логариѳмами* нижнихъ, то есть логариѳмъ 1цы. будетъ = 0, логариѳмъ 4хъ = 2, а логариѳмъ числа 64хъ = 6 и проч.

Прибавл. I. Когда подъ тѣжъ логариѳмы, поставятся разныя геометрическія прогрессіи, то тѣхъ же логариѳмовъ, произойдутъ разныя числа; и слѣдовательно разныя таблицы логариѳмовъ сочинить можно: но во всѣхъ таковыхъ таблицахъ, логариѳмъ единицы будетъ = 0. *На прим.* ежели подъ тою же ариѳметическою прогрессіею подпишутся слѣдующія геометрическія прогрессіи:

Ариѳметич.	0,	1,	2,	3,	4,	5	, и проч.
Геометри-	1 :	2 :	4 :	8 :	16 :	32 :	— —
ческія.	1 :	3 :	9 :	27 :	81 :	243 :	— —
	1 :	4 :	16 :	64 :	256 :	1024 :	— —
	1 :	5 :	25 :	125 :	625 :	3125 :	— —

то, тѣхъ же самыхъ чиселъ, какъ *на прим.* 4 и 16 получатся отмѣнныя отъ прежнихъ логариөмы; ибо въ первой изъ сихъ прогрессій логариөмъ числа 4хъ = 2, а логариөмъ числа 16ти = 4; но въ третьей геометрической прогрессіи логариөмъ числа 4хъ=1, а логариөмъ числа 16ти = 2 и проч.

Изъ сихъ прогрессій удобно можно видѣть, *когда какія нибудь числа будутъ въ пропорціи геометрической, то соотвѣтствующія имъ логариөмы, будутъ въ пропорціи ариөметической*, какъ *на прим.* изъ четвертой прогрессіи числа 5 : 25=625 : 3125 составляютъ пропорцію геометрическую, а логариөмы ихъ будутъ въ пропорціи ариөметической 1—2=4—5 и проч.

Прибавл. II. Для сочиненія обыкновенно употребляемыхъ таблицъ логариөмовъ, взята прогрессія геометрическая, десятернаго содержанія, какъ-то:

Ариөмет. 0, 1, 2, 3, 4, 5, и проч.
Геометр. 1 : 10 : 100 : 1000 : 10000 : 100000 : и пр.

гдѣ логариөмъ 1 = 0, логариөмъ 10 = 1, логариөмъ 100 = 2, логариөмъ 1000 = 3, логариөмъ 10000 = 4 и такъ далѣе. Изъ сего явствуетъ, что логариөмы чиселъ, находящихся между единицею и 10ти, должны быть больше нуля а меньше 1цы, то есть логариөмы, чиселъ, 2, 3, 4хъ и проч. будутъ дроби; также логариөмы чиселъ, заключающихся между 10 и 100, какъ то отъ 11 до 99ти, будутъ больше единицы а меньше 2хъ, то есть единица съ дробью; логариөмы же чиселъ находящихся между 100 и 1000, какъ-то отъ 101 до 999ти должны быть

больше 2хъ а меньше 3хъ, то есть 2 съ дробью и такъ далѣе. Изъ расположенія сихъ логариѳмовъ видно такъ же и то, что *число знаковъ какого бы то ни было числа, единицею больше числа цѣлыхъ единицъ въ логариѳмѣ*, какъ *наприм.* числа 7568, состоящаго изъ 4хъ знаковъ, число цѣлыхъ единицъ въ логариѳмъ будетъ 3; потому что логариѳмъ всякаго числа, заключающагося между 1000 и 10000 есть 3 съ дробью.

§ 27. *Положеніе.* Логариѳмъ всякаго числа, для краткости, означается буквою L. *На прим.* L*m*, значитъ логариѳмъ количества *m*; или когда напишется L8, то выговаривается логариѳмъ числа 8ми.

§ 28. ТЕОРЕМА. *Логариѳмъ произведенія двухъ какихъ нибудь чиселъ, равенъ суммѣ логариѳмовъ множимыхъ чиселъ.*

Доказат. Положимъ множимое число 8, а множитель 7; то будетъ единица содержаться къ множителю, какъ множимое къ произведенію, то есть $1 : 7 = 8 : 56$ (*Ариѳ.* § 123): но соотвѣтствующія симъ числамъ логариѳмы, составляютъ пропорцію Ариѳметическую (§ 26. *Приб.* 1), то есть $L1 - L7 = L8 - L56$, откуда получится $L1 + L56 = L7 + L8$ (*Ариѳ.* § 110); но поелику $L1 = 0$, по сему $L56 = L7 + L8$; слѣдовательно логариѳмъ произведенія, равенъ суммѣ логариѳмовъ множимыхъ чиселъ.

§ 29. ТЕОРЕМА. *Логариѳмъ частнаго числа, равенъ разности логариѳмовъ дѣлимаго и дѣлителя.*

Доказат. Положимъ дѣлитель 6 а дѣлимое 42, частное будетъ $= \frac{42}{6} = 7$: но поелику дѣлитель къ дѣлимому какъ единица къ частному, то будетъ $6 : 42 = 1 : 7$ (*Ариѳ.* § 124); соотвѣтствующіе же симъ числамъ логариѳмы, состоятъ въ пропорціи ариѳметической, то есть $L6 - L42 = L1 - L7$ (§ 26. *Приб.* 1); откуда получится четвертое пропорціональное число $L7 = L1 + L42 - L6$ (*Ариѳ.* § 111): но $L1 = 0$; слѣдовательно $L7 = L42 - L6$, то есть логариѳмъ частнаго, равенъ разности логариѳмовъ дѣлимаго и дѣлителя.

§ 30. ТЕОРЕМА. *Логариѳмъ квадратнаго числа, равенъ удвоенному логариѳму его корня.*

Доказат. Положимъ корень $= m$, то квадратъ сего количества будетъ $= m \times m = m^2$; но логариѳмъ произведенія, равенъ суммѣ логариѳмовъ множимыхъ чиселъ (§ 28); слѣдовательно $Lm^2 = Lm + Lm = 2.Lm$, то есть логариѳмъ квадратнаго числа, равенъ удвоенному логариѳму корня.

Прибавл. I. Изъ сего явствуетъ, что логариѳмъ кубическаго числа равенъ утроенному логариѳму его корня; ибо положивъ кубической корень $= m$, то кубъ его будетъ $= m^2 \times m = m^3$; по сему $Lm^2 \times m = Lm^3 = 2.Lm + Lm = 3.Lm$ (§ 28), то есть логариѳмъ m^3 равенъ утроенному логариѳму его корня m.

Посредствомъ сего правила, легко доказать можно, что логариѳмъ всякой степени, равенъ логариѳму корня, умноженному на показателя степени, какъ то: $Lm^4 = 4.Lm$ и проч.

Прибавл. II. Изъ предписанной теоремы и прибавленія видно, что логариѳмъ квадратнаго корня, равенъ половинѣ логариѳма квадратнаго числа; ибо, когда $Lm^2 = 2.Lm$, то по раздѣленіи каждой части на 2, будетъ $\frac{1}{2}Lm^2 = Lm$; также логариѳмъ кубическаго корня, равенъ одной трети логариѳма кубическаго числа, потому что, когда $Lm^3 = 3.Lm$, то по раздѣленіи каждой части на 3, будетъ $\frac{1}{3}Lm^3 = Lm$; и вообще логариѳмъ корня какой нибудь степени сыщется, когда логариѳмъ той степени раздѣлится на ея показателя.

§ 31. ЗАДАЧА. *Найти логариѳмъ какого нибудь числа, и показать способъ, какъ находить логариѳмы для всѣхъ обыкновенныхъ чиселъ.*

Рѣшен. Поелику намъ уже извѣстно, что для сочиненія таблицъ логариѳмовъ, берутся двѣ прогрессіи, одна ариѳметическая изображающаяся отъ нуля натуральными числами, а другая геометрическая десятернаго содержанія начинающаяся отъ единицы, какъ-то:

a) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 и проч.
A) 1 : 10 : 100 : 1000 : 10000 : 100000 : 1000000 и п.

изъ свойства коихъ, мы видѣли § 26го въ прибавленіи 2мъ, что логариѳмы чиселъ, состоящихъ между 1 и 10, то есть числа 2, 3, 4 и проч. должны быть дроби; а логариѳмы чиселъ заключающихся между 10 и 100, между 100 и 1000, какъ на прим. числа 73, 127, 895 и проч. выражены быть могутъ цѣлыми числами съ дробьми; то хотя совершенныхъ логариѳмовъ тѣхъ чиселъ имѣть и не можно, однакожь, по-

средствомъ десятичныхъ дробей, сыскиваются такія логариѳмы, кои почти безъ всякой погрѣшности за истинныя логариѳмы тѣхъ чиселъ приняты быть могутъ. *на примѣръ*: Положимъ требуется логариѳмъ числа 9ти: но поелику сіе число находится между 1 и 10, то придавъ къ симъ числамъ и къ ихъ логариѳмамъ по семи нулей для десятичныхъ дробей, надлежитъ между 1 и 10ти сыскать среднее геометрическое (*Ариѳ.* § 133), а между ихъ логариѳмами среднее ариѳметическое соразмѣрное число (*Ариѳ* § 111. *Приб.* 2); потомъ между найденнымъ среднимъ и числомъ 10, должно еще искать среднее геометрическое, а между ихъ логариѳмами среднее ариѳметическое, и такъ далѣе между всякимъ найденнымъ среднимъ и большимъ или меньшимъ ближайшимъ къ 9ти, должно находить среднее геометрическое, а между логариѳмами тѣхъ чиселъ среднее ариѳметическое до тѣхъ поръ, пока среднее геометрическое будетъ самое то число 9 съ семью нулями; и слѣдовательно чрезъ то найдется соотвѣтствующій числу 9ти логариѳмъ, какъ то удобнѣе можно видѣть изъ слѣдующей таблицы:

	среднія геометр. числа			логариѳмы.	
A	1.0000000		*a.*	0.0000000	
C.	3.1622777	$=\sqrt{A \times B}$	*c.*	0.5000000	$=\frac{a+b}{2}$
B.	10.0000000		*b.*	1.0000000	
B	10.0000000		*b.*	1.0000000	
D.	5.6234132	$=\sqrt{B \times C}$	*d.*	0.7500000	$=\frac{b+c}{2}$
C.	3.1622777		*c*	0.5000000	

	средніягеоме трич числа.			логариѳмы.	
B.	10.0000000		b.	1.0000000	
E.	7.4989421	$=\sqrt{B\times D}$	e.	0.8750000	$=\frac{b+d}{2}$
D.	5.6234132		d	0.7500000	
B.	10.0000000		b	1.0000000	
F.	8.6596432	$=\sqrt{B\times E}$	f	0.9375000	$=\frac{b+e}{2}$
E.	7.4989421		e.	0.8750000	
B.	10.0000000		b	1.0000000	
G.	9.3057204	$=\sqrt{B\times F}$	g.	0.9687500	$=\frac{b+f}{2}$
F.	8.6596432		f.	0.9375000	
G.	9.3057204		g	0.9687500	
H.	8.9768713	$=\sqrt{G\times E}$	h.	0.9531250	$=\frac{g+f}{2}$
F.	8.6596432		f	0.9375000	
G	9.3057204		g.	0.9687500	
I.	9.1398170	$=\sqrt{G\times H}$	i	0.9609375	$=\frac{g+h}{2}$
H.	8.9768713		h.	0.9531250	
I.	9.1398170		i.	0.9609375	
K.	9.0579777	$=\sqrt{H\times I}$	k.	0.9570312	$=\frac{i+h}{2}$
H.	8.9768713		h.	0.9531250	
K.	9.0579777		k.	0.9570312	
L.	9.0173333	$=\sqrt{K\times H}$	l.	0.9550781	$=\frac{k+h}{2}$
H.	8.9768713		h.	0.9531250	
L.	9.0173333		l.	0.9550781	
M.	8.9970796	$=\sqrt{H\times L}$	m	0.9541016	$=\frac{l+h}{2}$
H.	8.9768713		h.	0.9531250	
L.	9.0173333		l.	0.9550781	
N.	9.0072008	$=\sqrt{M\times L}$	n.	0.9545898	$=\frac{m+l}{2}$
M.	8.9970796		m.	0.9541016	
N.	9.0072008		n.	0.9545898	
O.	9.0021388	$=\sqrt{M\times N}$	o.	0.9543457	$=\frac{n+m}{2}$
M.	8.9970796		m.	0.9541016	

	среднїя геометрич. числа.			логариѳмы.	
O.	9.0021388		o.	0.9543457	
P.	8.9996088	$=\sqrt{O \times M}$	p.	0.9542236	$=\frac{o+m}{2}$
M.	8.9970796		m.	0.9541016	
O.	9.0021388		o.	0.9543457	
Q.	9.0008737	$=\sqrt{O \times P}$	q.	0.9542847	$=\frac{o+p}{2}$
P.	8.9996088		p.	0.9542236	
Q.	9.0008737		q.	0.9542847	
R.	9.0002412	$=\sqrt{Q \times P}$	r.	0.9542542	$=\frac{q+p}{2}$
P.	8.9996088		p.	0.9542236	
R.	9.0002412		r.	0.9542542	
S.	8.9999250	$=\sqrt{R \times P}$	s.	0.9542389	$=\frac{r+p}{2}$
P.	8.9996088		p.	0.9542236	
R.	9.0002412		r.	0.9542542	
T.	9.0000831	$=\sqrt{R \times S}$	t.	0.9542465	$=\frac{r+s}{2}$
S.	8.9999250		s.	0.9542389	
T.	9.0000831		t.	0.9542465	
V.	9.0000041	$=\sqrt{T \times S}$	v.	0.9542427	$=\frac{t+s}{2}$
S.	8.9999250		s.	0.9542389	
V.	9.0000041		v.	0.9542427	
X.	8.9999650	$=\sqrt{V \times S}$	x.	0.9542408	$=\frac{v+s}{2}$
S.	8.9999250		s.	0.9542389	
V.	9.0000041		v.	0.9542427	
Y.	8.9999845	$=\sqrt{V \times X}$	y.	0.9542417	$=\frac{v+x}{2}$
X.	8.9999650		x.	0.9542408	
V.	9.0000041		v.	0.9542427	
Z.	8.9999943	$=\sqrt{V \times Y}$	z.	0.9542422	$=\frac{v+y}{2}$
Y.	8.9999845		y.	0.9542417	
V.	9.0000041		v.	0.9542427	
Г.	8.9999992	$=\sqrt{V \times Z}$	г.	0.9542425	$=\frac{v+z}{2}$
Z.	8.9999943		z.	0.9542422	

	среднія геометрич. числа.			логариѳмы.	
Ѵ.	9.0000041		ѵ.	0.9542427	
Д.	9.0000026	$=\sqrt{Ѵ \times Г}$	д.	0.9542426	$=\frac{ѵ+г}{2}$
Г.	8.9999992		г.	0.9542425	
Д.	9.0000016		д.	0.9542426	
З.	9.0000004	$=\sqrt{Д \times Г}$	з.	0.9542425	$=\frac{д+г}{2}$
Г.	8.9999992		г.	0.9542425	
З.	9.0000004		з.	0.9542425	
Ф.	8.9999998	$=\sqrt{З \times Г}$	ф.	0.9542425	$=\frac{з+г}{2}$
Г.	8.9999992		г.	0.9542425	
З.	9.0000004		з.	0.9542425	
Ц.	9.0000000	$=\sqrt{Ф \times З}$	ц.	0.9542425	$=\frac{з+ф}{2}$
Ф.	8.9999998		ф.	0.9542425	

послѣ сего, по извѣстному логариѳму числа 9ти сыщется логариѳмъ числа 3хъ, когда логариѳмъ числа 9ти раздѣлится на 2; ибо $\frac{1}{2}$L9 = L3 (§ 30. *Приб.* 2); потомъ по извѣстному L1 и L3 сыскавъ логариѳмъ числа 2хъ такимъ же порядкомъ какъ и числа 9ти, найдется логариѳмъ числа 4хъ; ибо 2.L2 = L4 (§ 30); а логариѳмъ числа 5ти = L10 — L2 (§ 29); логариѳмъ же числа 6 найдется потому, что L2 + L3 = L6 (§ 28); логариѳмъ числа 8 = L4 + L2; а по найденному L6 и L8, логариѳмъ числа 7ми должно находить также какъ и логариѳмъ числа 2хъ; напослѣдокъ, когда логариѳмы всѣхъ чиселъ отъ единицы до 10ти будутъ извѣстны, то всѣхъ тѣхъ чиселъ, кои произойти могутъ чрезъ умноженіе, дѣленіе, возвышеніе въ степени или чрезъ извлеченіе корней, логариѳмы легко найдены быть могутъ. При сочиненіи сихъ таблицъ самый главнѣйшій трудъ состоитъ

токмо въ сыскиваніи логариѳмовъ первыхъ чиселъ, какъ то: 11, 23, 107 и проч. (*).

Прибавл. I. Число цѣлыхъ единицъ всякаго логариѳма, называется *Показатель* (*характеристика*); а десятичная дробь, находящаяся при нулѣ или цѣломъ числѣ, именуется *Прибавокъ*, (*Мантисса*). Изъ сего явствуетъ, что показатель будетъ извѣстенъ, когда будетъ извѣстно изъ сколькихъ знаковъ соотвѣтствующее логариѳму число состоять будетъ, *на прим.* числа 78954 показатель будетъ 4 (§26. *Приб.* 2). И обратно, когда данъ будетъ логариѳмъ, то по показателю узнать можно, изъ коликихъ знаковъ соотвѣтствующее тому логариѳму число состоять должно; а прибавокъ покажетъ, какія знаки оное число составляютъ.

Прибавл. II. Изъ свойства логариѳмовъ видно, что одинъ логариѳмъ перемѣняя только его показателя, многимъ числамъ служить можетъ; *на прим.* когда дано будетъ число 4986, коего логариѳмъ = 3.6977523, то умножая оное число чрезъ 10, будетъ L49860 = 4.6977523, L498600 = 5.6977523, также числа 4986000 показатель логариѳма будетъ 6, а прибавокъ тотъ же (§ 28). И обратно раздѣляя оное число на 10, будетъ логариѳмъ числа 498.6 = 2.6977523, L49.86 = 1.6977523, L4.986 = 0.6977523; также логариѳмъ числа 0.4986 = −1.6977523 (§ 29).

На противъ того, ежели данъ будетъ логариѳмъ, *на прим.* 2.7603471, то прибавокъ (не пріемля въ разсужденіе показателя) покажетъ, что число сему логариѳму соотвѣтствующее будетъ 5759: но поелику показатель означаетъ, что число должно состоять

(*) *Первыя числа* суть тѣ, кои ни какихъ въ себѣ множителей, кромѣ единицы, не имѣютъ.

изъ трехъ знаковъ; слѣдовательно число соотвѣтствующее данному логариѳму будетъ 575.9. Ежели бы показатель логариѳма былъ 0, то бы соотвѣтствующее тому логариѳму число было 5.759; а когда бы показатель былъ —1, то бы оному логариѳму соотвѣтствующая дробь была 0.5759; также логариѳмъ съ показателемъ — 2, соотвѣтствовать будетъ дроби 0.05759. Въ такихъ случаяхъ должно разумѣть, что знакъ (—) принадлежитъ только къ показателю, а не къ десятичной дроби, то есть какъ будто бы написано было —2 + 0.7603471

Слѣдст Изъ сего видѣть можно, какъ должно находить логариѳмы чиселъ съ десятичными дробями; ибо принявъ цѣлое число съ десятичною дробью за одно цѣлое число, надлежитъ только пріискать въ таблицахъ соотвѣтствующій ему логариѳмъ, а показателя перемѣнить по числу знаковъ, означающихъ цѣлое число

Примѣч Означенное во 2мъ прибавленіи правило, тогда только безъ погрѣшности употреблять можно: 1е, когда въ таблицахъ найдется точно такой же прибавокъ, какъ и въ данномъ логариѳмѣ. 2е, ежели данное число будетъ состоять только изъ четырехъ знаковъ; ибо таблицы логариѳмовъ по большей части бываютъ только до 10000.

§ 32. ЗАДАЧА. *По данному логариѳму, котораго въ таблицахъ точно изъ такихъ же знаковъ состоящаго прибавка не находится, найти соотвѣтствующее число.*

Рѣшен. I. Ежели въ таблицахъ точно изъ такихъ же знаковъ прибавка не находится, то сіе значитъ, что къ соотвѣтствующему числу даннаго логариѳма, сверхъ цѣлаго числа принадлежитъ еще дробь. И такъ ежели данъ будетъ логариѳмъ съ показателемъ 0 или 1, какъ *на*

прим. 1.9446984, то къ сему логариѳму, сперва должно найти въ таблицахъ меньшой ближайшій логариѳмъ, въ тѣхъ столбцахъ, гдѣ показатель 3, которой будетъ = 3.9446800, а соотвѣтствующее ему число = 8804: но какъ показатель 1 даннаго логариѳма, означаетъ, что требуемое цѣлое число состоять должно только изъ двухъ знаковъ (§ 26 *Приб.* 2), то отдѣля два знака отъ лѣвой руки точкою для цѣлыхъ чиселъ, по правую сторону оставшіяся знаки будутъ означать десятичную дробь, и чрезъ то получится число 88.04 = $88\frac{4}{100}$ соотвѣтствующее данному логариѳму 1.9446984 (§ 31. *Приб.* 2). Сіе значитъ все тоже, какъ бы найденное число 8804 раздѣлено было на 100, а показатель 2 сего числа, вычтенъ изъ показателя логариѳма числа 8804 (§ 29). Естьли же показатель даннаго логариѳма будетъ нуль съ тѣмъ же прибавкомъ, то отдѣля отъ лѣвой руки одинъ знакъ точкою для цѣлаго числа, получится число 8.804 = $8\frac{804}{1000}$, соотвѣтствующее данному логариѳму.

Рѣшен. II. Ежели показатель даннаго логариѳма будетъ 2 или 3, то сыскавъ въ таблицахъ большой и меньшой ближайшій логариѳмъ къ данному, вычти меньшей ближайшей какъ изъ большаго ближайшаго, такъ и изъ даннаго логариѳма; также и соотвѣтствующее число меньшаго ближайшаго, вычти изъ относительнаго числа большему ближайшему, коихъ разность будетъ = 1; потомъ составя пропорцію, какъ разность большаго и меньшаго ближайшаго, содержится къ разности даннаго и меньша-

го ближайшаго, такъ будетъ единица содержатся къ искомой дроби, принадлежащей къ цѣлому числу даннаго логариѳма; которую приведя въ десятичную дробь до сколькихъ угодно знаковъ, и приписавъ къ меньшему ближайшему числу, получится требуемое число съ дробью даннаго логариѳма. *На примѣръ* положимъ данной логариѳмъ есть 3.7589982, то найдется большой ближайшій L5742 = 3.7590632, меньшой ближайшій L5741 = 3.7589875, разность сихъ логариѳмовъ будетъ = 757, разность даннаго и меньшаго ближайшаго = 107, и для того будетъ 757 : 107 = 1 : $\frac{107}{757}$, а по приведеніи сей дроби въ десятичную, будетъ $\frac{107}{757}$ = 0.141; наконецъ приписавъ сію дробь къ меньшему ближайжему числу 5741, получится 5741.141 = 5741$\frac{141}{1000}$ искомое число.

§ 33. ЗАДАЧА. *Данному логариѳму* 7.4079645, *котораго показатель 7 больше всякаго показателя въ таблицахъ находящагося, найти соотвѣтствующее число.*

Рѣшен. Изъ показателя даннаго логариѳма вычти такое число (какъ здѣсь 4), что бы оставшійся показатель былъ 3, потомъ къ остатку 3.4079645 даннаго логариѳма, по второму рѣшенію предъидущей задачи, сыщи соотвѣтствующее число съ десятичною дробью до десятитысячныхъ частей, или далѣе, которое по тому рѣшенію будетъ = 2558$\frac{3769}{10000}$; наконецъ сіе найденное число умножь на 10000, а логариѳмъ сего числа 4 придай къ логариѳму 3.4079645, то произведеніе 25583769, будетъ требуемое число даннаго логариѳма. 7.4079645 (§ 28).

§ 34. ЗАДАЧА. *Данному числу* 3790217, *превосходящему* 10000, *найти соотвѣтствующій логариѳмъ.*

Рѣшен. Принявъ дѣлителемъ единицу, при которой бы число нулей равно было числу знаковъ даннаго числа безъ четырехъ, какъ въ семъ случаѣ дѣлитель будетъ 1000, на которой раздѣля данное число, частное будетъ $3790\frac{217}{1000}$; потомъ сыскавъ въ таблицахъ, меньшаго ближайшаго числа 3790 соотвѣтствующій логариѳмъ 3.5786392, также и большаго ближайшаго числа 3791 логариѳмъ 3.5787538; вычти первой изъ послѣдняго, получится разность логариѳмовъ сихъ чиселъ = 1146, разность между ихъ числами будетъ = 1, а разность между цѣлымъ числомъ съ дробью и меньшимъ ближайшимъ будетъ дробь $\frac{217}{1000}$; послѣ сего надлежитъ составить пропорцію: какъ единица содержится къ дроби $\frac{217}{1000}$, такъ разность логариѳмовъ большаго и меньшаго ближайшаго числа, будетъ содержаться къ разности логариѳмовъ цѣлаго числа съ дробью и меньшаго ближайшаго числа, то есть $1 : \frac{217}{1000} = 1146 : \frac{217 \times 1146}{1000} = 248$; найденную такимъ образомъ разность 248, сложивъ съ логариѳмомъ 3.5786392 меньшаго ближайшаго числа 3790, получится логариѳмъ 3.7586640, соотвѣтствующій числу $3790\frac{217}{1000}$; наконецъ умноживъ сіе число чрезъ 1000, а къ логариѳму его придавъ логариѳмъ 1000, то есть 3, получится требуемой логариѳмъ даннаго числа 3790217 = 6.5786640 (§ 28). Тоже должно разумѣть и о сыскиваніи логариѳма всякаго даннаго числа, превышающаго 10000.

§ 35. ЗАДАЧА. *Найти логариөмъ правильной дроби* $\frac{5}{9}$.

Рѣшен. Поелику дробь есть частное число, происходящее отъ раздѣленія числителя на знаменателя. (*Арие.* § 44. *Приб.*): но логариөмъ частнаго равенъ разности логариөмовъ дѣлимаго и дѣлителя, то сыскавъ въ таблицахъ логариөмъ числителя и логариөмъ знаменателя, вычти послѣдней изъ перваго, а предъ остаткомъ поставь знакъ вычитанія, получится отрицательной логариөмъ данной дроби, какъ-то: $L9 = 0.9542425$, $L5 = 0.6989700$, то будетъ разность ихъ $0.6989700 - 0.9542425 = - 0.2552725 = L\frac{5}{9}$.

Что логариөмъ дроби есть отрицательной въ томъ нѣтъ никакого сумнѣнія; потому, что когда логариөмъ единицы $= 0$, то логариөмъ правильной дроби (которая есть меньше единицы) непремѣнно долженъ быть меньше нуля.

§ 36. ЗАДАЧА. *Найти логариөмъ цѣлаго числа съ дробью.*

Рѣшен. I. Положимъ данное число будетъ $37\frac{8}{13}$, то приведя данное число съ дробью въ неправильную дробь, которая будетъ $= \frac{489}{13}$, сыщи логариөмъ сей дроби какъ въ предъидущей задачѣ показано, получится $L37\frac{8}{13} = 1.5753655$.

Рѣшен. II. Ежели данное цѣлое число съ дробью, по произведеніи въ неправильную дробь произведетъ числителя болѣе 10000, какъ *на прим.* $3456\frac{5}{9}$ будетъ $= \frac{31109}{9}$; то въ такомъ случаѣ, сыскавъ въ таблицахъ логариөмъ числа 3456, которой будетъ 3.5385737 и логариөмъ большаго ближайшаго числа $3457 = 3.5386994$,

вычти первой изъ послѣдняго, коихъ разность будетъ = 1257; потомъ сдѣлай слѣдующую пропорцію: какъ единица, то есть разность чиселъ, къ разности своихъ логариѳмовъ, такъ правильная дробь, находящаяся при цѣломъ числѣ, къ разности логариѳмовъ даннаго числа съ дробью и меньшаго ближайшаго числа, то есть $1 : 1257 = \frac{5}{9} : 698$, которое придавъ къ логариѳму меньшаго числа, получится требуемой $L3456\frac{5}{9} = 3.5385737 + 698 = 3.5386435$.

§ 37. ЗАДАЧА. *Къ тремъ даннымъ числамъ геометрической пропорціи, найти четвертое пропорціональное число.*

Рѣшен. Положимъ три данныя числа будутъ 89, 23 и 68, то отъ сего произойдетъ пропорція $89 : 23 = 68 : x$, откуда найдется $x = \frac{23 \times 68}{89}$ (*Ариѳ.* § 132), и слѣдовательно $Lx = L\frac{23 \times 68}{89} = L23 + L68 - L69$ (§28 и 29), то есть, когда логариѳмъ втораго члена сложится съ логариѳмомъ третьяго, а изъ суммы ихъ вычтется логариѳмъ перваго члена, то получится логариѳмъ четвертаго пропорціональнаго числа, какъ-то:

$$L23 = 1.3617278$$
$$L68 = 1.8325089$$
$$L(23 \times 68) = 3.1942367$$
$$L89 = 1.9493900$$

$Lx = 1.2448467$, которому въ таблицахъ найдется соотвѣтствующее искомое число 17.57 $= 17\frac{57}{100} = x$ (§ 32. *Рѣш.* 1)

§ 38. ЗАДАЧА. *По двумъ даннымъ числамъ, найти среднее геометрическое пропорціональное число*

Рѣшен. Положимъ данныя числа 8 и 16, то для сего произойдетъ пропорція : $8 : x = x : 16$, при чемъ будетъ $x^2 = 16 \times 8$; по сему будетъ $2.Lx = L(16 \times 8) = L16 + L8$ (§ 30 и 28), а по раздѣленіи каждой части на 2, получится $Lx = \frac{1}{2}(L16 + L8)$ (§ 30. *Приб* 2), то есть, когда логариѳмъ перваго члена сложится съ логариѳмомъ третьяго и сумма ихъ раздѣлится на 2, то частное будетъ означать логариѳмъ требуемаго средняго числа, какъ-то:

$$L8 = 0.9030900$$
$$L16 = 1.2041200$$

$L(16 \times 8) = 2.1072100$, а по раздѣленіи на 2, частное 1.0536050 будетъ логариѳмъ средняго пропорціональнаго числа, которому въ таблицахъ найдется соотвѣтствующее число 11.31 $= 11\frac{31}{100} = x$.

§ 39. ЗАДАЧА. *Между двухъ данныхъ чиселъ, найти два средніе члена непрерывной геометрической пропорціи.*

Рѣшен. Положимъ, требуется найти два средніе геометрическіе члена x и y между данными числами 3 и 81; то отъ сего произойдетъ слѣдующая непрерывная пропорція, $\div 3 : x : y : 81$; но поелику въ непрерывной геометрической пропорціи, квадратъ перваго члена умноженной послѣднимъ членомъ, равенъ кубу изъ перваго члена, то есть $(3)^2 \times 81 = x^3$ (*Гео.* § 473), по сей причинѣ $Lx^3 = L(3 \times 3 \times 81)$ или $3.Lx = 2.L3 + L81$ (§ 30. *Приб.* 1 и § 28); а по раздѣленіи каждой части на 3, получится $Lx = \frac{1}{3}(2.L3 + L81)$ (§ 30. *Приб.* 2), то есть, когда удвоенной логариѳмъ перваго числа сложится съ ло-

гариѳмомъ послѣдняго, а потомъ сумма сихъ логариѳмовъ раздѣлится на 3, то частное будетъ логариѳмъ перваго средняго члена x, какъ то изъ слѣдующаго видно:

$$
\begin{aligned}
L3 &= 0.4771212 \\
&\quad \times 2 \\
\hline
L(3)^2 &= 0.9542424 = L9. \\
L81 &= 1.9084850 \\
\hline
L(9\times81) &= 2.8627274 = Lx^3 = 3.Lx;
\end{aligned}
$$

а по раздѣленіи на 3, получится $Lx = 0.9542424$, которому въ таблицахъ найдется соотвѣтствующее число $9 = x =$ первому среднему.

А дабы найти втрое среднее y, то изъ предписанной пропорціи получится $\div x : y : 81$ или $\div 9 : y : 81$, откуда найдется $y = \sqrt{(9\times81)}$, и слѣдовательно $Ly = \frac{1}{2}(L9 + L81)$ (§ 38); по сему логариѳмъ втораго средняго найдется такимъ образомъ:

$$
\begin{aligned}
L9 &= 0.9542424 \\
L81 &= 1.9084850 \\
\hline
Ly^2 = 2.Ly &= 2.8627274,
\end{aligned}
$$

а по раздѣленіи на 2, получится $Ly = 1.4313637 =$ логариѳму втораго средняго y, которому въ таблицахъ найдется соотвѣтствующее число $27 = y$, и отъ того произойдетъ пропорція $\div 3 : 9 : 27 : 81$.

Прибавл. Посредствомъ предписанныхъ правилъ, найдены логариѳмы синусовъ и тангенсовъ всѣхъ дугъ четверти круга отъ одной минуты до 90°: но токмо логариѳмы ихъ не соотвѣтствуютъ синусамъ и тангенсамъ въ употребительныхъ таблицахъ находящимся, потому что для опредѣленія точнѣйшихъ логариѳмовъ синусовъ и тангенсовъ всѣхъ дугъ чет-

верти круга, сочинены были особыя таблицы, въ которыхъ положено было, что радїусъ или цѣлой синусъ содержитъ въ себѣ 10000000000 равныхъ частей (§ 4. *Приб*); по сей то причинѣ логариѳмъ цѣлаго синуса = 10.0000000 (§ 31. *Приб*. 2).

О рѣшенїи всякаго рода треугольниковъ посредствомъ логариѳмовъ.

§ 40. ЗАДАЧА. *Въ прямоугольномъ треугольникѣ* CBD, *по данному углу* C = 35°, 50′ *и по высотѣ* BD = 2740′, *найти основанїе* CD. фиг. 11я.

Рѣшен. Поелику для прямоугольнаго треугольника CBD, по § 12му произойдетъ слѣдующая пропорцїя: *тан* C : *r* = BD : CD, откуда выйдетъ $CD = \frac{r \times BD}{\text{тан.}C}$; а взявши обѣихъ равныхъ частей логариѳмы, будетъ LCD = L*r* + LBD — L*тан*.C (§ 37); то есть логариѳмъ цѣлаго синуса сложенной съ логариѳмомъ линѣи BD безъ логариѳма тангенса угла C, равенъ логариѳму основанїя CD, кои взявъ изъ таблицъ логариѳмовъ будетъ

L*син*.90° = L*r* = 10.0000000
LBD = L2740 = 3.4377506
сумма = 13.4377506
L*тан*.35°,50′ = 9.8586019
LCD = 3.5791487, коему ближайшее соотвѣтствующее число найдется 3794, слѣдовательно линѣя CD = 3794′.

§ 41. ЗАДАЧА. *По данному углу* C = 53°, 23′ *и перпендикуляру* BD = 3789′ *прямоугольнаго треугольника* BCD, *найти дїогональ* BC. фиг. 11я.

Рѣшен. Поелику *син.*C : r = BD : BC (§ 12), то отсюда найдется BC = $\frac{r \times BD}{син.C}$; по сему LBC = L$r$ + LBD — L*син.*C (§ 37), а пріискавъ въ таблицахъ извѣстнымъ частямъ соотвѣтствующія логариѳмы будетъ

LBD = L3789 = 3.5785246
L.r = 10.0000000
сумма = 13.5785246
L*син.*C; 53°, 23′ = 9.9045230
LBC = 3.6740016. коему въ таблицахъ найдется ближайшее соотвѣтствующее число 4720′ = діогонали BC.

§ 42. ЗАДАЧА. *По діогонали* BC = 4500′ *и основанію* CD = 3800′ *прямоугольнаго треугольника* BCD, *найти острые углы* C *и* B фиг. 11я.

Рѣшен. Поелику BC : CD = r : *коси.*C, или къ *син.*B (§ 12), то чрезъ сіе найдется *син.*B = $\frac{r \times CD}{BC}$; и слѣдовательно L*син.*B = Lr + LCD — LBC (§ 37); а сыскавъ въ таблицахъ извѣстнымъ частямъ логариѳмы будетъ,

L.CD = L3800 = 3.5797836.
L r = 10.0000000
сумма = 13.5797836.
L.BC = L4500 = 3.6532125
L*син.*B = 9.9265711. Въ таблицахъ сему логариѳму найдется соотвѣтствующій синусъ угла B = 57°, 36′, и слѣдовательно 90° — 57°, 36′ = 32°, 24′ = углу C.

§ 43. ЗАДАЧА. *По извѣстному углу* DCB = 42°, 54′ *прямоугольнаго треугольника* BCD, *найти логариѳмъ секанса онаго угла.* фиг. 11я.

Рѣшен. Поелику *коси.*DCB : r = r : *сека.*DCB (§6. *Приб.* 3), и что изъ сей пропорціи най-

дется $сек.DCB = \frac{rxr}{коси.DCB}$, то будетъ L.сек.BCD $= 2.Lr$ — Lкоси.DCB; и такъ вычтя данной уголъ DCB изъ 90°, получится уголъ DBC = 47°, 6'; потомъ взявъ изъ таблицъ извѣстныхъ частей логариѳмы, произойдетъ слѣдующее.

$$Lr = 10.0000000$$
$$\times 2$$
$$Lr^2 = 2.Lr = 20.0000000$$
$$Lкоси.BCD = 9.8648331 = син.47°,6'$$

Lсек.BCD = 10.1351669 = требуемому логариѳму секанса угла BCD = 42°, 54'.

§. 44. ЗАДАЧА. *Найти логариѳмъ синуса 37°,23',38".*

Рѣшен. Сыскавъ въ таблицахъ логариѳмъ большаго ближайшаго синуса 37°, 24', и логариѳмъ меньшаго ближайшаго синуса 37°, 23'; вычти сей логариѳмъ изъ перваго, потомъ сдѣлай слѣдующую пропорцію: какъ разность градусовъ и минутъ большаго и меньшаго угла, то есть 60" къ 38", такъ разность логариѳмовъ большаго и меньшаго ближайшаго синуса, къ разности логариѳмовъ даннаго и меньшаго угла синуса; потомъ найденную такимъ образомъ разность синусовъ, сложи съ логариѳмомъ 37°, 23', получится требуемой логариѳмъ 37°, 23', 38", какъ-то изъ слѣдующаго видно: сысканной въ таблицахъ Lсин 37°, 24' = 9.7834575, Lсин.37°, 23' = 9.7832922, разность ихъ будетъ = 1653, а разность угловъ = 1 мин. = 60"; и для того будетъ пропорція: 60" : 38" = 1653 : 1046, по сему 9.7832922 + 1046 = 9.7833968 = логариѳму синуса угла 37° 23', 38".

Такимъ же образомъ сыскивается соотвѣтствующій логариѳмъ тангенса, даннаго угла град. мин. секундъ и проч.

§ 45. ЗАДАЧА. *По данному логариѳму 10.2374560 тангенса, найти соотвѣтствующее число градусовъ, минутъ и секундъ.*

Рѣшен. Сыскавъ въ таблицахъ большой и меньшой ближайшій логариѳмъ тангенсовъ, вычти последній логариѳмъ изъ перваго и минуты изъ минутъ относительныхъ къ тѣмъ логариѳмамъ угловъ, также меньшой ближайшій логариѳмъ вычти изъ даннаго логариѳма; потомъ должно составить пропорцію, какъ разность большаго и меньшаго ближайшаго логариѳма, къ разности даннаго и меньшаго ближайшаго логариѳма, такъ разность угловъ, то есть одна минута или $60''$ къ требуемому числу секундъ; которыя приписавъ къ градусамъ и минутамъ меньшаго логариѳма тангенса, получится число град. мин. и секундъ даннаго логариѳма тангенса, какъ изъ слѣдующаго видно: въ таблицахъ найдется большой ближайшій логариѳмъ $10.2376858 = tan. 59^\circ, 57'$ меньшой ближайшій $10.2373944 = tan. 59^\circ, 56'$ разность сихъ логариѳмовъ будетъ $= 2914$, а разность угловъ $= 1' = 60''$, разность же логариѳмовъ даннаго и меньшаго ближайшаго логариѳма $= 616$; и для того будетъ $2914 : 616 = 60'' : 12''$; по сему данной логариѳмъ 10.2374560 соотвѣтствуетъ углу $59^\circ, 56', 12''$.

Такимъ же образомъ даннаго логариѳма синуса сыскиваются секунды и проч.

Примѣч. Посредствомъ сихъ двухъ предъидущихъ предложеній, за неимѣніемъ большихъ таблицъ съ секундами, съ удобностію находить можно, по даннымъ угламъ съ секундами, соотвѣтствующія логариѳмы синусовъ и тангенсовъ; и обратно по даннымъ логариѳмамъ синусовъ и тангенсовъ, находить относительныя къ нимъ углы съ секундами.

§ 46. ТЕОРЕМА. *Во всякомъ треугольникѣ* ABC, *удвоенное произведеніе изъ боковъ* AC *и* BC, *составляющихъ уголъ* ACB, *содержится къ суммѣ квадратовъ изъ тѣхъ же боковъ* AC *и* BC *безъ квадрата противулежащаго тому*

углу бока AB, *какъ цѣлой синусъ къ косинусу угла* ACB. фиг. 12я.

Доказател. Опустивъ перпендикулярную линѣю AD на бокъ BC, будетъ изъ § 190 геометрiи извѣстно, что $\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - \overline{AB}^2 = 2BC \times CD$; и такъ естьли для краткости положимъ бокъ $AC = a$, бокъ $BC = b$, $AB = d$, $CD = x$, и уголъ $ACB = в$, то будетъ $a^2 + b^2 - d^2 = 2\,b \times x$, а по раздѣленiи каждой части на $2b$, выйдетъ $\frac{a^2+b^2-d^2}{2b} = x$; для прямоугольнагожъ треугольника ACD будетъ $r : коси.ACD = AC : CD$, то есть $r : коси.в = a : x$ (§ 12), откуда найдется $x = \frac{коси.в \times a}{r}$; а изъ снесенiя равныхъ количествъ, изображающихъ величину x, получится $\frac{a^2+b^2-d^2}{2b} = \frac{коси.в \times a}{r}$; по раздѣленiижъ каждой части на a будетъ $\frac{a^2+b^2-d^2}{2b \times a} = \frac{коси.в}{r}$ (*Ариѳ.* § 57). или все тоже что $a^2 + b^2 - d^2 : 2b \times a = коси.в : r$ (*Ариѳ.* § 112 *Слѣд.*); а изъ сей пропорцiи выйдетъ слѣдующая: $2.b \times a : a^2 + b^2 - d^2 = r : коси.в$, то есть $2.AC \times BC : \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - \overline{AB}^2 = r : коси.ACB$ или къ *син.*CAD.

§ 47. ЗАДАЧА. *По даннымъ бокамъ* BC, AC *и* AB *треугольника* ABC. *найти углы* A, B *и* C. фиг. 12 я.

Рѣшен. Пусть будетъ бокъ $BC = 200'$, $AC = 240'$, $AB = 160'$, то по предъидущей теоремѣ будетъ $2AC \times BC : \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - \overline{AB}^2 = r : син.CAD$, а по изображенiи сихъ величинъ числами, будетъ $\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - \overline{AB}^2 = 57600 + 40000 - 25600 = 72000$, и чрезъ то помянутая пропорцiя изобразится слѣдующимъ образомъ:

$2\times240\times200 : 72000 = r$: *син.*CAD откуда найдется *син.*CAD $= \frac{r\times72000}{2\times240\times200}$ (*Ариѳ.* § 132); а когда возмутся сихъ количествъ логариѳмы, то будетъ L*син.*CAD $=$ L$(r \times 72000)$ — L$(2\times240\times200)$ или L*син.*CAD $=$ Lr + L72000 — (L2 + L240 + L200), и сыскавъ въ таблицахъ соотвѣтствующія симъ количествамъ логариѳмы, произойдетъ слѣдующая выкладка:

Lr = 10.0000000.
L72000 = 4.8573325.
Lr + L72000 = 14.8573325.
потомъ L2 = 0.3010300
L240 = 2.3802112
L200 = 2.3010300
сумма = 4.9822712
наконецъ Lr + L72000 = 14.8573325
L2 + L240 + L200 = 4.9822712
L*коси.*ACB = L*син.*CAD = 9.8750613. Сему логариѳму найдется въ таблицахъ ближайшій синусъ $48°, 35' = \angle$CAD, а напослѣдокъ будетъ $90° - 48°, 35' = 41°, 25' = \angle$ACB.

Потомъ основываяся на той же теоремѣ произойдетъ пропорція: $2.BC \times AB : \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - \overline{AC}^2 = r$: *коси.*ABC или къ *син.*BAD, а поставя вмѣсто извѣстныхъ количествъ числа, будетъ $2\times200\times160 : 8000 = r$: *син.*BAD, откуда получится *син.*BAD $= \frac{r\times8000}{2\times200\times160}$ (*Ариѳ.* § 132); посему L*син.*BAD = Lr + L8000 — (L2 + L200 + L160); слѣдовательно сыскавъ въ таблицахъ соотвѣтствующія извѣстнымъ количествамъ логариѳмы, найдется логариѳмъ *син.*BAD, какъ слѣдуетъ:

Lr = 10.0000000.
L8000 = 3.9030900
Lr + L8000 = 13.9030900.

потомъ $L2 = 0.3010300$
$L200 = 2.3010300$
$L160 = 2.2041200$
сумма $= 4.8061800$
наконецъ $Lr + L8000 = 13.9030900$
$L2 + L200 + L160 = 4.8061800$

*L*коси. $ABC = L$син. $BAD = 9.0969100$. Сему логариѳму найдется въ таблицахъ меньшой ближайшій синусъ $= 7^\circ, 10' = \angle BAD$; слѣдовательно $90^\circ - 7^\circ, 10' = 82^\circ, 50' = \angle ABC$; по сему $\angle CAD + \angle BAD = 48^\circ, 35' + 7^\circ, 10' = 55^\circ, 45' = \angle BAC$.

§ 48. ТЕОРЕМА. *Во всякомъ треугольникѣ* ABC, *сумма двухъ боковъ* $AC + AB$, *составляющихъ уголъ* CAB, *содержится къ разности* $AB - AC$ *тѣхъ же боковъ, какъ тангенсъ полсуммы двухъ угловъ* C *и* B *къ тангенсу полуразности тѣхъ же угловъ.* фиг. 15я.

Доказат. Изъ точки A меньшимъ бокомъ AC опишемъ полкруга FCD, и продолживъ BA до F, проведемъ CD, и къ ней параллельную BE, пока пересѣчется съ продолженною FC въ точкѣ C; потомъ положивъ $EG = EC$, точки B и G соединимъ прямою линѣею BG; то будетъ BF равна суммѣ боковъ $AB + AC = AB + AF$, а DB $=$ разности тѣхъ же боковъ $AB - AC = AB - AD$, уголъ FAC $=$ суммѣ угловъ $ACB + ABC = ACD + ADC$ (*Гео.* § 48. *Слѣд.* 1), кои суть равны между собою (*Гео.* § 28); уголъ же $ADC = FBE$ (*Гео.* § 43 *Слѣд.* 1); по сему уголъ ADC или FBE $= \frac{1}{2}(ACB + ABC)$: но поелику уголъ $DCB = EBC$ (*Гео.* § 43) $= EBG$, потому, что $\Delta BEG = BEC$; ибо $EG = CE$ по положенію, $\angle BEG = BEC = DCF$ (*Гео.* § 71. *Слѣд.* 2 и § 43. *Слѣд.* 1); слѣдователь-

но уголъ ACD + DCB = ∠FBE + EBG, то есть уголъ ACB = FBG; по сей причинѣ уголъ FBG — ABC = ACB — ABC = ∠CBG (*Ариѳ.* § 32), равенъ разности угловъ ACB и ABC, слѣдственно каждой уголъ DCB = EBC = EBG равенъ половинѣ разности тѣхъ же угловъ. Но поелику уголъ BEF есть прямой, то взявъ линѣю BE за радіусъ и описавъ дугу EH, будетъ EF тангенсъ угла FBE = *тан.*$\frac{1}{2}$(ACB + ABC), а линѣя EC есть тангенсъ угла EBC = *тан.*$\frac{1}{2}$(ACB — ABC); и для подобія треугольниковъ FBE и FDC будетъ FB : DB = FE : CE (*Гео.* § 117), или AB + AC : AB — AC = *тан.*$\frac{1}{2}$(ACB + ABC) : *тан.*$\frac{1}{2}$(ACB — ABC), то есть сумма двухъ боковъ AB и AC содержится къ разности тѣхъ же боковъ, какъ тангенсъ полсуммы угловъ C и B къ тангенсу полуразности тѣхъ же угловъ.

§ 49. ЗАДАЧА. *По даннымъ двумъ бокамъ* AB *и* AC, *и заключающемуся между ими углу* A *треугольника* ABC, *найти углы* C *и* B *и бокъ* BC. фиг. 15я.

Рѣшен. Положимъ бокъ AC = 120′, AB = 150′, уголъ A = 107°, 48′, то вычти данной уголъ A изъ 180° получится сумма двухъ неизвѣстныхъ угловъ C + B = 180° — 107°, 48′ = 72°, 12′, и слѣдовательно $\frac{1}{2}$(C + B) = 36°, 6′ = полсуммѣ неизвѣстныхъ угловъ; сумма боковъ AB + AC = 150′ + 120′ = 270′, разность ихъ AC — AB = 150′ — 120′ = 30′. И такъ основываяся на предъидущей теоремѣ будетъ AB + AC : AC — AB = *тан* $\frac{1}{2}$(C + B) : *тан.*$\frac{1}{2}$(C — B), то есть 270 : 30 = *тан.*36°, 6′ : *тан* $\frac{1}{2}$(C — B); откуда найдется *тан.* $\frac{1}{2}$(C — B) = $\frac{30 \times тан.\,36°,\,6'}{270}$ = тангенсу полуразности

неизвѣстныхъ угловъ C и B; а когда возмутся сихъ количествъ логариѳмы, то будетъ L*тан*. $\frac{1}{2}$(C — B) = L30 + L*тан*.36°, 6' — L270 (§ 37), и вычисленіе произойдетъ слѣдующее:

L30 = 1.4771212

L*тан*.36°,6' = 9.8628541

сумма = 11.3399753

L270 = 2.4313638

L*тан*.$\frac{1}{2}$(C — B) = 8.9086115 = L*тан*.EBC = L*тан*.BCD (§ 48). Сему логариѳму найдется ближайшій тангенсъ 4°, 37' = $\frac{1}{2}$(C — B) = ∠EBC = ∠BCD.

Потомъ сложивъ найденное число градусовъ и минутъ съ половиною суммы неизвѣстныхъ угловъ, получится большой уголъ ACB = ACD + DCB = 36°, 6' + 4°, 37' = 40°, 43'; а когда найденной уголъ вычтется изъ полсуммы неизвѣстныхъ угловъ, то получится меньшой уголъ ABC = EBF — EBC = 36°, 6' — 4°, 37' = 31°, 29'; а наконецъ и бокъ BC по § 22му найденъ быть можетъ.

§ 50. ЗАДАЧА. *По даннымъ двумъ бокамъ* AC *и* BC *и углу* A *противуположенному боку* BC, *треугольника* ABC, *найти прочія его части.* фиг. 16я.

Рѣшен. Поелику изъ § 21 го извѣстно, что BC : AC = *син*.A : *син*.B, то отсюда найдется *син*.B = $\frac{AC \times син.A}{BC}$; слѣдовательно, когда къ разрѣшенію сего возмутся въ пособіе логариѳмы, то по предъидущимъ правиламъ сыщется число град. и проч. угла B. Потомъ найдя третій уголъ ACB, будетъ *син*.A : *син*.ACB = BC : AB, и чрезъ тѣ же правила опредѣлится величина бока AB.

Примѣч. I. При рѣшенiи сего вопроса надлежитъ примѣчать: когда въ задачѣ не сказано будетъ, что дается уголъ В тупой или острой, то ни величины угла В ни бока АВ опредѣлить будетъ не можно, потому что въ такомъ случаѣ произойдетъ два рѣшенiя; ибо когда изъ точки С бокомъ СВ опишется дуга ВЕ и въ точку Е сѣченiя проведется линѣя СЕ, то произойдетъ другой треугольникъ АСЕ, въ которомъ тѣже самыя части, какъ и въ треугольникѣ АВС, будутъ извѣстны, то есть уголъ А и бокъ СЕ = СВ; слѣдовательно при остроугольномъ треугольникѣ АВС выйдетъ величина бока АВ и величина остраго угла АСВ, а при тупоугольномъ △АСЕ найдется величина бока АЕ и тупаго угла АЕС; по сей причинѣ, ежели три такiя части даны будутъ, то сверхъ того должно требовать, какой противулежащей одному извѣстному боку, искомой тупой или острой уголъ быть долженъ.

Примѣч. II. Поелику при рѣшенiи задачь почти всегда случается, что найденному логариѳму синуса или тангенса, какого нибудь угла, въ таблицахъ совершенно сходствующаго не находится, а принадлежатъ къ оному еще секунды; то оныя (естьли потребно будетъ) по § 45му найдены быть могутъ. Также когда данъ будетъ уголъ содержащiй въ себѣ град. и минуты съ секундами, то логариѳмъ синуса или тангенса по § 44му найти можно.

§ 51. ЗАДАЧА. *По данному острому углу* А *и суммѣ боковъ* АВ + ВС *прямоугольнаго треугольника, найти оные его бока.* фиг. 17я.

Рѣшен. Продолжа основанiе АВ, и положа BD = ВС, будетъ уголъ BDC = BCD = 45° (*Гео.* § 28), и AD = AB + BC; слѣдовательно по извѣстнымъ угламъ CAD, ADC и линѣи AD треугольника ACD, найдется бокъ АС (§ 23); а по

сему боку и угламъ треугольника ABC сыщется величина боковъ AB и BC (§ 16).

§ 52. ЗАДАЧА. *По данному острому углу A и разности перпендикуляровъ* AB—BC=AD, *найти каждой бокъ треугольника* ABC фиг. 18 я.

Рѣшен. Проведя линѣю CD, будетъ уголъ BDC = BCD = 45° (*Гео.* § 28); а когда уголъ A вычтется изъ угла BDC, то останется уголъ ACD (*Гео.* § 48. *Слѣд.* 1); потомъ въ треугольникѣ ADC, по извѣстнымъ угламъ DAC, ACD и боку AD, найдется діогональ AC (§ 23); а наконецъ по углу A и діогонали AC, сыщутся прочіе бока △ABC (§ 16).

§ 53. ЗАДАЧА. *По данному углу* CAB *и суммѣ боковъ* AB + AC *прямоугольнаго треугольника* ABC, *найти каждой бокъ онаго* фиг. 19я.

Рѣшен. На продолженномъ основаніи AB, положивъ AD = AC, проведи CD, то будетъ BD = AB + AC, а уголъ D = ∠DCA = ½BAC (*Гео.* § 48. *Слѣд.* 1 и § 28); слѣдовательно по извѣстному углу D и боку DB прямоугольнаго треугольника BDC, найдется бокъ BC (§ 19); а по оному и углу CAB, сыщется величина боковъ AB и AC (§ 40).

§ 54. ЗАДАЧА. *По даннымъ угламъ* A *и* C *и разности боковъ* AC — AB = DC *прямоугольнаго треугольника* ABC, *найти онаго бока.* фиг. 20я.

Рѣшен. Проведя BD, будетъ уголъ ADB = ABD = ½(180° — ∠A); слѣдовательно вычтя уголъ ABD изъ 90°, получится уголъ DBC; потомъ въ треугольникѣ BDC, по извѣстнымъ угламъ

DBC и BCD и боку DC, найдется бокъ BC (§ 23); а по оному и угламъ △ACB, сыщутся бока AB и AC (§ 41).

§ 55. ЗАДАЧА. *По даннымъ угламъ* ACD, BCD *и частямъ* AD *и* DB *основанія* AB, *треугольника* ACB, *найти бока* AC, CB *и линѣю* CD. фиг. 21я.

Рѣшен. Ежели около треугольника ABC опишется кругъ, продолжится DC до E и проведутся AE и BE, то будетъ уголъ ACE = ABE, а уголъ EAB = ECB (*Гео.* § 71. *Слѣд.* 1); слѣдовательно, по извѣстнымъ угламъ EAB, ABE и боку AB △ABE, найдется EB (§ 23). Потомъ по извѣстнымъ бокамъ EB, DB и углу EBD △EBD, сыщется уголъ EDB = ADC (§ 49), которой вычтя изъ 180°, получится уголъ BDC; а по извѣстнымъ угламъ ADC, ACD и боку AD △ADC, найдется бокъ AC и DC; наконецъ по извѣстнымъ угламъ BDC, BCD и бокамъ CD и DB треугольника BDC, найдется бокъ BC (§ 22)

§ 56. ЗАДАЧА. *По данному основанію* AB, *высотѣ* DC *и углу* ADB *тупоугольнаго треугольника* ABD, *найти прочія его части.* фиг. 22я.

Рѣшен. Ежели около даннаго треугольника ABD опишется кругъ, проведутся радіусы HA, HB, HD и линѣя HG параллельно къ AC, также линѣя HI перпендикулярно къ AB, то будетъ уголъ IHA = ADB (*Гео* § 71 *Слѣд.* 1) и AI = AB (*Гео.* § 59. *Слѣд* 2); слѣдовательно, по извѣстному углу IHA = ADB и боку AI = $\frac{1}{2}$AB прямоугольнаго треугольника AHI, найдется бокъ AH = HD и высота HI = CG (§ 20); которую вычтя изъ высоты DC получится DG;

а по извѣстной HD и высотѣ DG прямоугольнаго треугольника HDG, сыщется HG=IC (§17), изъ которой вычтя IB, останется BC; потомъ въ прямоугольномъ треугольникѣ BCD, по извѣстному основанію BC и высотѣ CD, найдется уголъ CBD (§ 18); а наконецъ, по извѣстному основанію и угламъ ADB и DBC, которой есть дополненія угла ABD до 180°, сыщутся бока AD и BD треугольника ABD (§ 23).

§ 57. ЗАДАЧА. *По извѣстнымъ бокамъ* AC, AB *и* BC *треугольника* ABC *и угламъ* AOC *и* AOB, *лежащимъ внѣ его, найти линѣи* CO, AO *и* BO фиг. 23я.

Рѣшен. Представимъ себѣ, что около треугольника CBO опишется кругъ, и проведутся линѣи CD и BD, то будетъ уголъ BOD = BCD, а уголъ DOC=CBD (*Гео* § 71. *Слѣд.* 1); слѣдовательно, по извѣстнымъ угламъ BCD, CBD и боку CB треугольника BCD, найдется линѣя BD; потомъ по всѣмъ даннымъ бокамъ треугольника CBA, сыскавъ уголъ CAB и CBA (§ 47), будетъ ∠CBA — ∠CBD = ∠DBA; а по углу DBA и двумъ бокамъ DB и AB треугольника DBA, найдется уголъ DAB (§ 49). Въ треугольникежъ OAB, зная величину угловъ BAO, AOB и бока AB, сыщутся BO и AO (§ 23); а напослѣдокъ будетъ ∠CAB — ∠BAD = ∠CAO, по сему въ треугольникѣ AOC посредствомъ боковъ CA, AO и угловъ AOC и CAO, найдется OC (§ 22).

Примѣч. Ежели треугольникъ CBA и углы AOC, AOB даны будутъ въ такомъ положенïи, какъ *фиг.* 24я значитъ; то представя себѣ, что около треугольника BCO опишется кругъ; продолжатся OA и проведутся линѣи CD и BD, будетъ ∠DOB=∠BCD,

∠DOC = CBD (*Гео* § 71. *Слѣд.* 1); слѣдовательно по извѣстнымъ угламъ и боку CB треугольника BCD, найдется бокъ BD; потомъ по всѣмъ даннымъ бокамъ △CBA, сыскавъ уголъ CAB и CBA (§ 47), будетъ ∠CBA + ∠CBD = ∠DBA; а по извѣстному углу DBA и бокамъ DB и AB треугольника DBA, сыщется уголъ DAB (§ 49); по сему будетъ ∠CAB — DAB = ∠DAC, и 180° — ∠DAB = ∠BAO, также 180° — ∠CAD = ∠CAO; наконецъ по даннымъ бокамъ AB, AC и извѣстнымъ угламъ BAO, AOB, CAO и AOC треугольниковъ AOB и CAO сыщется требуемая величина линѣй OB, OA и OC (§ 23).

§ 58. ЗАДАЧА. *По извѣстнымъ бокамъ* AC, AB *и* BC *треугольника* ABC, *и даннымъ угламъ* COA *и* AOB, *найти линѣи* CO, BO *и* AO фиг. 25я.

Рѣшен. Представимъ себѣ, что чрезъ точку O, и чрезъ верхи двухъ какихъ нибудь угловъ △ABC опишется кругъ COD; то вычтя уголъ AOB изъ 180° получится уголъ BOD = BCD; также найдется COD = CBD; слѣдовательно въ треугольникѣ BCD, по извѣстному боку CB и угламъ CBD и BCD, найдется величина бока BD. Потомъ по извѣстнымъ бокамъ треугольника ABC, сыщется уголъ ABC и BAC, по сему ∠ABC + ∠DBC = ∠ABD; а по сему извѣстному углу и двумъ бокамъ AB и BD треугольника ABD, найдется уголъ BAD (§ 49), и будетъ ∠BAC — BAD = CAO; наконецъ въ треугольникахъ AOB и AOC по даннымъ бокамъ AB и AC и угламъ BAO, BOA, COA, CAO сыщутся линѣи OB, OA и OC (§ 23).

§ 59. ЗАДАЧА. *Извѣстна линѣя* AB, *углы* ACB, BCD, ADC *и* ADB, *найти линѣи* CD, CA, CB, AD *и* BD. фиг. 26 я.

Рѣшен. Для сысканія требуемыхъ линѣй, сперва должно положить произвольное число саженъ, футовъ и дюймовъ линѣи CD по примѣру; потомъ по величинѣ линѣи CD по примѣру положенной и по даннымъ угламъ ACD и ADC, также и угламъ BDC и BCD, въ треугольникахъ ACD и CBD, сыщется величина линѣи AC и CB (§ 23); а по симъ найденнымъ линѣямъ и углу ACB треугольника ABC найдется величина линѣи AB (§ 49), которая (поелику величина линѣи CD взята произвольно) должна будетъ разниться отъ настоящей длины линѣи AB; то истинная длина линѣи CD, найдется чрезъ слѣдующую пропорцію: какъ найденная длина линѣи AB къ настоящей ея длинѣ, такъ длина линѣи CD по примѣру взятая, будетъ содержаться къ подлинной длинѣ той же линѣи CD. А напослѣдокъ по сысканной величинѣ линѣи CD, посредствомъ предъидущихъ предложеній, найдется настоящая величина линѣй AC, BC, DB и AD.

§ 60. ЗАДАЧА. *По данной хордѣ* AB, *и числу град. мин. и проч. дуги* ACB, *отрѣзка круга* ADBCA, *найти онаго площадь.* фиг. 27 я.

Рѣшен. Сыскавъ центръ E дуги ACB (*Гео.* § 65), проведи радіусы EB, AE и EC перпендикулярно къ хордѣ AB, то будетъ $AD=DB=\frac{1}{2}AB$; а раздѣля число град. и проч. дуги ACB пополамъ, получится уголъ AEC; слѣдовательно по извѣстной AD и углу AEC прямоугольнаго треугольника AED сыщется ED и радіусъ AE (§ 40); потомъ составя пропорцію, какъ 360° къ числу град. и проч. угла AEB или дуги ACB такъ сысканная по діаметру CF окружность круга къ дугѣ ACB, получится величина дуги ACB. Наконецъ сыскавъ площадь вырѣзка круга ACBE (*Гео.* § 257) и площадь треугольника ABE (*Гео.* § 165), вычти послѣднюю изъ первой, то получится требуемая площадь отрѣзка ADBCA.

§ 61. ТЕОРЕМА. *Половину бока* AC=AF *равностороннаго треугольника* ABC, *можно принять безчувствительной погрѣшности за бокъ правильнаго семїугольника, въ томъ же кругѣ вписаннаго.* фиг. 28 я.

Доказ. Радїусомъ AF описавъ дугу FG, проведемъ AG, GE и AE, и опустивъ перпендикуляръ EH, будетъ AG=AF= боку семїугольника. Ибо естьли положимъ бокъ AC равностороннаго треугольника ABC=9600, то радїусъ EG и AE онаго сыщется: но поелику $AG=\frac{1}{2}AC$ и $AH=\frac{1}{2}AG=\frac{1}{4}AC$ будутъ извѣстны, то въ прямоугольномъ треугольникѣ AEH, по извѣстнымъ бокамъ AE и AH, найдется уголъ AEH (§ 17); величину котораго удвоя, получится уголъ AEG, весьма мало разнящїйся отъ угла центра правильнаго семїугольника, какъ то изъ слѣдующаго видно: Поелику $\overline{AE}^2=\frac{1}{3}\overline{AC}^2$ (*Гео.* §179), по сему $L\overline{AE}^2=2LAC-L3$, то есть LAC=L9600=3.9822712

$$\begin{array}{rl} & \times 2 \\ \hline L\overline{AC}^2 = & 7.9645424 \\ L.3 = & 0.4771212 \\ \hline L\overline{AE}^2 = & 7.4874212 \end{array}$$

, по сему $\frac{7.4874212}{2}=$ 3.7437106=LAE (§ 30 *Приб.* 2). Потомъ для прямоугольнаго треугольника AEH, будетъ AE : AH=*r* : *син.* AEH ; а взявъ логариѳмы сихъ количествъ, будетъ LAE−LAH=L*r*—L*син.*AEH (§ 26 *Приб.* 1), откуда получится L*r*+LAH−LAE=L*син.*AEH, то есть,

$$\begin{array}{rl} Lr = & 10.0000000 \\ LAH=L2400 = & 3.3802112 \\ \hline \text{Сумма} = & 13.3802112 \\ LAE = & 3.7437106 \\ \hline \end{array}$$

LСин AEH= 9.6365006, которому найдется соотвѣтствующее число $25^{\circ},39',32''=\angle AEH$; по сему

$(25^{\circ},39',32'') \times 2 = 51^{\circ},19',4'' = \angle AEG$. Но поелику уголъ центра правильнаго семїугольника $= 51^{\circ},25',42''$ (*Гео.* § 101. *Приб.* 2), то найденной уголъ AEG разнится отъ подлиннаго угла центра семїугольника только 6ю мин. и 38ю секундами, кои въ разсужденїи черченїя онаго многоугольника на бумагѣ, за ничто почесть можно; слѣдовательно половину бока AC = AF, принять можно за бокъ правильнаго семїугольника.

ОТДѢЛЕНIЕ II.

О практикѣ Геометрической и Тригонометрической вообще, и объ орудїяхъ для того употребляемыхъ.

§ 62. *Опредѣл. Практика Геометрїи* есть искусство, посредствомъ разныхъ Математическихъ орудїй назначать и измѣрять на поверхности земной прямыя линѣи, углы, и всякаго рода многоугольники; снимать различныя мѣстоположенія съ земли и изображать ихъ въ уменшенномъ и подобномъ видѣ на бумагѣ и прочая. Слѣдовательно практика не что иное, какъ дѣйствительное исполненіе Геометрическихъ правилъ, въ помянутыхъ случаяхъ употребляемое.

Примѣч. Поелику въ правилахъ умозрительной Геометрїи мы видѣли, что всякаго рода многоугольники начертываются на плоскости Геометрической: но какъ земля, шару подобная, сверхъ того, что окружается выпуклою поверхностїю, имѣетъ еще на оной многїя различныя неровности; то хотя поверхности ея за Геометрическую плоскость принять и не можно; однакожъ тѣ пространства, кои мы на поверхности земной измѣряемъ, въ разсужденїи величины земнаго шара такъ малы, что безъ чувствительной

погрѣшности приняты быть могутъ за плоскости Геометрическія, и слѣдовательно при измѣреніи линѣй и угловъ на поверхности земной, строгости Геометрической ни коимъ образомъ выполнить не можно.

§ 63. Въ предписанныхъ дѣйствіяхъ употребляются различныя орудія, какъ-то: *колья, сажени, веревки, цѣпи, астролабія* и прочая. Колья В и А (*фиг.* 29) бываютъ круглые, двоякой длины: первые отъ 2 хъ до 3 хъ, а вторые отъ 8 до 9 футовъ; толщиною жъ первые въ одинъ, а вторые въ 2 дюйма; и для способнѣйшаго втыканія ихъ въ землю одинъ конецъ каждаго оковывается заостреннымъ желѣзомъ. Малые колья В употребляются для замѣчанія числа полагаемымъ мѣръ измѣряемой линѣи и для означенія угловъ многоугольника, назначаемаго на земли, а большіе А ставятся по концамъ измѣряемой и назначаемой на земли прямой линѣи; также служатъ и къ продолженію прямыхъ линѣй на желаемое разстояніе.

§ 64. Для измѣренія линѣй употребляется сажень, веревка и цѣпь. Сажень дѣлается изъ четвероугольнаго деревяннаго бруска, на коемъ маленькими мѣдными гвоздиками или простыми нарѣзками назначаются футы и дюймы, какъ въ 30 й фигурѣ видно. Иногда дѣлаются бруски DE длиною въ 2 и въ 3 сажени, съ назначеніемъ на нихъ футовъ и дюймовъ (*фиг.* 31). Сажени GF бываютъ еще составныя, кои посредствомъ шарнѣеровъ въ нѣсколько частей складываются (*фиг.* 32).

§ 65. Веревка GH (*фиг.* 33) употребляется хорошо свитая изъ толстыхъ и крѣпкихъ пря-

деныхЪ снуровЪ, такой толстоты, чтобы будучи крѣпко натянута двумя человѣками порваться не могла, и чтобы свободно оную вытянуть можно было; на концахЪ которой прикрѣпляются кольцы. Длина оной бываетЪ отЪ 20 до 50 и болѣе саженЪ.

Примѣч. Поелику изЪ опытовЪ извѣстно, что веревка отЪ мокроты дѣлается короче, а вЪ сухую погоду становится длиннѣе, то воспвращенïе сего, хорошо свитая веревка варится во льняномЪ маслѣ, и когда высохнетЪ, натираетïся крѣпкимЪ воскомЪ. Такая веревка безчувствительной перемѣны вЪ ея длинѣ, вЪ сухую и мокрую погоду сЪ пользою употреблена быть можетЪ.

§ 66. Цѣпь IK (*фиг.* 34). дѣлается изЪ мягкой толстой желѣзной проволоки, длиною вЪ 10 саженЪ; каждая сажень раздѣляется на звенья, всякое изЪ нихЪ представляетЪ футЪ, а иногда полуаршинЪ; звенья одно сЪ другимЪ соединяются малинькими кольцами, и чрезЪ то имѣютЪ свободное движенïе; а для различïя саженЪ, прикрѣпляются кЪ кольцамЪ мѣдныя или желѣзныя бляшки сЪ надписью числа саженЪ.

Для измѣренïя угловЪ и назначенïя оныхЪ на землѣ, употребляются различныя орудïя, но предЪ всѣми ими, дается вЪ землемѣрïи преимущество Астролабïи.

§ 67. *Астролабïя* (*фиг.* 35) составляется обыкновенно изЪ мѣднаго полукруга или круга *acbe* сЪ четырьмя или шестью полупоперешниками того же металла. Окружность круга раздѣляется на 360 равныхЪ частей, означающихЪ градусы. По концамЪ поперешника *ab*,

проходящаго чрезъ точки, означающія 180° и 360°, дѣлаются съ низу шипы, на которые накладываются двѣ перпендикулярныя къ плоскости астролабіи дощечки x и y. *мишенями* называемыя; изъ коихъ въ первой въ верху узкой, а въ другой широкой; въ первой въ низу широкой, а въ другой узкой прорѣзы находятся. Пара сихъ мишеней именуется *неподвижнымъ діоптромъ.* На концахъ другаго поперешника ec около центра астролабіи движущагося, накладываются съ верху двѣ подобныя первымъ мишени съ таковымижъ прорѣзами, и называется *подвижнымъ діоптромъ.* Въ срединѣ каждаго широкаго прорѣза дощечки, прикрѣпляется перпендикулярно къ плоскости астролабіи волосокъ; дабы смотря сквозь узкой прорѣзъ чрезъ него, на предлежащіе предметы діоптръ удобнѣе наводить можно было. Иногда, для удобнѣйшаго усмотрѣнія дальнѣйшихъ предметовъ, надъ подвижнымъ поперешникомъ, вмѣсто мишеней, прикрѣпляется зрительная трубка, имѣющая у предметнаго стекла два крестообразно прикрѣпленныя волоска. На движимомъ поперешникѣ ec надъ центромъ астролабіи, для познанія странъ свѣта прикрѣпляется *Компасъ* (о которомъ говорено будетъ въ Геодезіи), которой вмѣстѣ съ діоптромъ ec около центра обращаться можетъ. Съ такимъ приборомъ кругъ астролабіи кладется на штативъ, то есть на троеножную раздвижную подставку $gikl$, которая въ верху имѣетъ накладывающейся бакштабъ или яблоко, посредствомъ коего плоскость астролабіи

во всякое положенiе привести можно. Въ низу подъяблокомъ противъ самаго центра астролабiи привѣшивается на ниткѣ отвѣсъ *h*, для показанiя на землѣ точки, надъ которою центръ астролабiи стоять долженъ.

Примѣч. Для измѣренiя угловъ съ минутами, на одномъ концѣ движимаго поперешника назначается дуга, занимающая на окружности астролабiи дугу въ 11 или въ 19°, а сама раздѣляется на 12 или на 20 равныхъ частей. Помощiю сей дуги точно можно вымѣрять уголъ въ первомъ случаѣ до 5′, а во второмъ до 3 минутъ. Причину сего и употребленiе, удобнѣе показать можно на самомъ дѣлѣ, нежели здѣсь изъяснять словами.

§ 68. Поелику мѣра съ измѣряемымъ количествомъ должна быть одинакаго рода, то есть мѣра линѣй должна быть линѣя, мѣра угловъ уголъ, мѣра плоскостей плоскость и проч. Углы же измѣряются помощiю окружности всякаго круга на 360 равныхъ частей раздѣленной, градусами называемыхъ; то какая бы окружность къ измѣренiю угловъ взята ни была, мѣра угловъ всегда и вездѣ будетъ постоянна и одинака, разность только можетъ быть въ строенiи угломѣрнаго орудiя. Но при измѣренiи линѣй сего быть не можетъ, потому, что не во всѣхъ мѣстахъ одинакой длины мѣра, какъ то мы уже видѣли въ концѣ перваго тома изъ таблицы сравненiя мѣръ въ разныхъ государствахъ употребляемыхъ; по сей причинѣ, есть-ли потребно простую или квадратную мѣру какого государства, привести въ мѣру другаго государства, то посредствомъ слѣдующихъ задачь, таковое переложенiе учинить не трудно.

§ 69. ЗАДАЧА. *По данной длинѣ линѣи AB 125 тоазовъ и 5 футовъ Парижской мѣры, найти сколько въ ней будетъ содержаться реинландскихъ футовъ и дюймовъ.* фиг. 36 я.

Рѣшен. Поелику перваго тома на страницѣ 226 предложенная таблица о сравненіи мѣръ означаетъ, что Парижской футъ содержитъ въ себѣ 1440 такихъ же частей, каковыхъ въ реинландскомъ $1391\frac{3}{10}$; то приведя данныя тоазы въ футы умножь на 1440 частей, составляющихъ Парижской футъ; потомъ найденное произведеніе раздѣли на 1391.3′ частей, составляющихъ реинландской футъ, частное число покажетъ число реинландскихъ футовъ, какъ то: $125 \times 6 = 750$, $750 + 5 = 755$ фут. $755 \times 1440 =$ 1087200, а наконецъ $\frac{1087200.0}{1391.3} = 781$ фут. $5\frac{5947}{13913}$ дюйм. = длинѣ линѣи AB.

§ 70. ЗАДАЧА. *Въ шести квадратныхъ футахъ Россійскихъ, сколько будетъ Парижскихъ.*

Рѣшен. Поелику помянутая въ первомъ томѣ таблица означаетъ, что Россійской футъ содержитъ въ себѣ 1350 такихъ же частей, каковыхъ въ Парижскомъ 1440; по сей причинѣ надлежитъ сіи части умножить квадратно; потомъ умноживъ квадратныя части Россійскаго фута чрезъ 6, раздѣлить на квадратныя части Парижскаго фута, частное число будетъ означать число квадратныхъ Парижскихъ футовъ, какъ изъ слѣдующаго видно: $1350 \times 1350 = 1822500$ квадр. част. въ Россійс. футѣ; $1440 \times 1440 = 2073600$ квадр. част. въ Париж. футѣ, по сему $1822500 \times 6 = 10935000$ квадр.

част. въ 6ти Россійс. футахъ, а наконецъ $\frac{10935000}{2073600} = 5\frac{35}{128}$ Парижскимъ квадр. футамъ.

§ 71. *Опредѣл. Десятина* есть плоскостная параллелограмная мѣра, употребляемая въ Россіи при измѣреніи полей; она имѣетъ 80 саж. въ длину и 30 саж. въ ширину, или 60° въ длину и 40° въ ширину, и содержитъ въ себѣ 2400 квадратныхъ саженъ.

О дѣйствіяхъ производимыхъ на полѣ цѣпью, кольями и астролабіею.

§ 72. ЗАДАЧА. *Поставить астролабію, чтобы центръ оной соотвѣтствовалъ назначенной на земли точкѣ h, а плоскость астролабіи была бы въ горизонтальномъ положеніи* фиг. 35.

Рѣшен. Наложа астролабію съ бакштабомъ на штативъ и раздвинувъ онаго ножки, установи ихъ на поверхности земли такъ, чтобы тирька *h* отвѣса упадала въ назначенную на земли точку; наблюдая притомъ, чтобы бакштабъ находился въ отвѣсномъ положеніи къ поверхности земли; а плоскость астролабіи, гдѣ большой строгости не требуется, приведи въ горизонтальное положеніе исправнымъ зрѣніемъ или глазомѣромъ, то получится требуемое постановленіе астролабіи; въ противномъ же случаѣ, для приведенія астролабіи въ точное горизонтальное положеніе, употребляется малинькой *ватерпасецъ* (уравнитель) (*фиг.* 37), у котораго проведена линѣя *ab* перпендикулярно къ плоскости основанія онаго, у точки *a* сей линѣи прикрѣпляется на волоскѣ или

на шелковой ниткѣ свинцовой отвѣсецъ *c*. Сей ватерпасецъ поставя на поверхность астролабіи, должно приводить поверхность астролабіи въ горизонтальное положеніе, до тѣхъ поръ, пока нить отвѣса со всѣхъ четырехъ сторонъ астролабіи, будетъ падать по назначенной линѣи *ab* ватерпаса; а когда сіе съ точнымъ наблюденіемъ учинено будетъ, то астролабія будетъ дѣйствительно въ горизонтальномъ положеніи.

Примѣч. I. Для удобнѣйшаго горизонтальнаго постановленія астролабіи, иногда ко дну компаса прикрѣпляются два уравнителя, одинъ противъ другаго, изъ стеклянныхъ трубочекъ, налитыхъ спиртомъ, и съ обоихъ концовъ запаянныхъ, оставляя въ нихъ самую малую часть воздуха, малымъ пузырькомъ себя означающаго; а въ срединѣ оправы тѣхъ трубочекъ оставляются круглыя прорѣзы; и когда астролабія установится такъ, что пузырекъ воздуха въ каждой трубочкѣ будетъ находиться въ срединѣ прорѣза, то сіе означать будетъ, что плоскость астролабіи находится въ горизонтальномъ положеніи.

Примѣч. II. Хотя выше сего сказано, чтобы при постановленіи астролабіи, центръ ея находился противъ самой точки на земли назначенной, однакожъ, хотя бы гирька и не въ самую точку *c* падала (*фиг.* 38); то небольшое гирки отъ точки *c* разстояніе, чувствительной погрѣшности причинить не можетъ. А чтобы показать сіе чрезъ выкладку, то положимъ, что измѣряя астролабіею уголъ *acb*, центръ ея соотвѣтствовалъ точкѣ *d*, а не точкѣ *c*, такъ что вмѣсто угла *acb* вымѣрянъ уголъ *adb*, которой пусть будетъ $=54^{\circ}, 32'$, а линѣя $cd=4$ вершк. и что *ac* или $ad=50$ саж. $=2400$ вершк. то въ треугольникѣ *acd* будетъ извѣстенъ уголъ *adc* и бока *ad* и *cd*, и

для того по § 48 му произойдетъ слѣдующая пропорцїя: $ad+cd : ad-cd = \text{тан.}\frac{1}{2}adb : \text{тан.}\frac{1}{2}(acd-dac)$; а взявъ извѣстныхъ количествъ логариѳмы, выйдетъ слѣдующая выкладка:

$$L\text{тан.}\tfrac{1}{2}adb = 9.7121461$$
$$L(ad-cd) = 3.3794868$$
$$\text{Сумма} = 13.0916329$$
$$L(ad+cd) = 3.3809345$$

$L\text{тан.}\frac{1}{2}(acd-dac) = 9.7106984$. Сему логариѳму найдется соотвѣтствующїй уголъ $= 27^\circ, 11', 20''$; слѣдовательно будетъ найденной уголъ $acb = 54^\circ, 27' 20''$, разнится отъ истиннаго только 4 ю минутами и 40 ю секундами. Ежели такъ малая разность происходитъ, когда центръ астролабїи отъ точкы c отстоитъ на 4 вершка, то оная будетъ еще меньше, когда центръ ея будетъ отстоять отъ точки c на одинъ только вершокъ; а такой погрѣшности, чтобы центръ астролабїи отъ точки c отдаленъ былъ на 4 вершка, хотя кто мало въ такихъ дѣйствїяхъ упражнялся, сдѣлать не можетъ. Случается иногда, что по неволѣ принуждены бываемъ отступать отъ того мѣста, противъ котораго центръ астролабїи поставить надлежало, и по неволѣ измѣряемъ не тотъ уголъ, которой требуется; но о семъ пространнѣе говорено будетъ на своемъ мѣстѣ.

Примѣч. III. При измѣренїи полей, пашенъ и проч. о горизонтальномъ положенїи простой астролабїи увѣряются обыкновенно на одномъ глазомѣрѣ, усматривая когда оба конца магнитной стрѣлки, будутъ у самой поверхности градуснаго ея круга. Правда, что хотя астролабїя на одинъ, два или три градуса отъ горизонтальнаго положенїя отстоять будетъ, однакожъ въ мѣрянїи угла такой погрѣшности, которую бы въ подобныхъ случаяхъ презрѣть не можно было, произвести не можетъ; что видно

будетъ изъ нижеслѣдующихъ положеній. Но точность въ мѣряніи угла не меньше зависитъ и отъ того, чтобы центръ астролабіи соотвѣтствовалъ точкѣ на земли назначенной. Откуда видно, что ежели въ горизонтальномъ положеніи и въ постановленіи центра астролабіи произойдетъ ошибка, то отъ сего въ измѣреніи угла произойти можетъ такая погрѣшность, которую и въ самыхъ грубыхъ измѣреніяхъ презрѣть будетъ не можно, и потому сколько возможно стараться должно, выполнять помянутыя выше сего требованія

§ 73. ЗАДАЧА. *Отъ данной точки* А, *къ точкѣ* В *назначить прямую линѣю, и продолжить оную по желанію.* фиг. 39 я.

Рѣшен. I. Ежели разстояніе АВ будетъ не велико, и поверхность земли ровна, то поставя въ точкахъ А и В по колу въ отвѣсномъ положеніи, и натянувши крѣпко веревку отъ А къ В, назначь подлѣ оной острымъ концомъ кола прямую линѣю АВ; а когда поставленные въ точкахъ А и В колья одинъ отъ другаго будутъ въ такомъ разстояніи, что веревка будетъ короче разстоянія АВ, то поставь между кольями А и В въ точкахъ С, D, Е и проч. въ небольшомъ одинъ отъ другаго разстояніи, *на прим.* въ 20 ти или 30 ти саженяхъ другіе колья, такъ чтобы изъ за каждаго кола не видно было прочихъ; то есть когда изъ за перваго кола А посмотришь на другой В, тобы лучь зрѣнія касался наружностей всѣхъ кольевъ въ прямой линѣи; когда такимъ образомъ колья на землѣ поставлены будутъ, то по точкамъ С, D, Е и проч отъ А къ В подлѣ натягивае-

мой веревки, назначивая отъ перваго до втораго кола, отъ втораго до 3го и такъ далѣе прямую линѣю, назначится прямая линѣя отъ точки А до другой В.

Для продолженія жъ на полѣ прямой линѣи, надлежитъ къ двумъ коламъ, стоящимъ на назначенной линѣи, поставить съ той стороны, въ которую линѣю продолжать должно, одинъ два, три и болѣе кольевъ, смотря по величинѣ продолжаемой линѣи, такъ какъ выше предписано въ прямой линѣи, потомъ назначивъ между ними черту получится желаемое.

Рѣшен. II. Предложенной выше сего способъ хотя и удобенъ, но нѣсколько медлителенъ въ продолженіи большихъ линѣй, *на прим.* на двѣ или на три версты Въ такомъ случаѣ съ совершеннымъ успѣхомъ употребляется астролабія такимъ образомъ: поставя астролабію горизонтально надъ точкою А (*фиг.* 40), а въ точкѣ В поставя колъ или веху отвѣсно, направить діоптръ такъ, чтобы знакъ въ точкѣ В поставленной, съ волоскомъ діоптра и съ зрѣніемъ чрезъ скважину онаго, были въ прямой линѣи; потомъ должно наблюдателю смотрѣть сквозь діоптръ на колъ или на веху ВЕ, а помощнику его отъ точки А натягивая сколько можно веревку, должно итти прямо на знакъ ВЕ (примѣтя сперва позади кола ВЕ, какой нибудь предметъ въ прямой линѣи съ точкою А и съ коломъ ВЕ), и веревку тянуть за собою. Когда же смотрящій сквозь діоптръ примѣтитъ, что идущей съ веревкою или цѣпью помощникъ начнетъ отдаляться на которую

нибудь сторону, то надлежитъ ему дать знакъ, въ которую ему сторону податься должно, чтобы быть на линѣи зрѣнія *pq*E; и когда такимъ образомъ, впередъ идущей человѣкъ, таща за собою веревку или цѣпь, дойдетъ до поставленнаго знака, то веревка будетъ означать прямую линѣю.

Примѣч. I. Для вѣрнѣйшаго постановленія кольевъ въ отвѣсномъ положеніи, надлежитъ взять нитку съ гирькою D (*фиг.* 41), и приставя оную къ колу AB, до тѣхъ поръ его устанавливать, пока нить отвѣса будетъ параллельна къ поверхности онаго; и когда сіе съ двухъ противныхъ сторонъ съ точностію учинено будетъ, то колъ AB будетъ стоять отвѣсно.

Примѣч. II. Для познанія не отклонился ли поставленной колъ на нѣсколько градусовъ отъ отвѣснаго положенія, употребляется четвероугольная дощечка *gbh* (*фиг.* 42), раздѣленная линѣею *nd* на двѣ равныя части; длиною около фута, и такой толщины, чтобы на боку оной можно было сдѣлать ложбинку, въ которую бы половина толщины кола входить могла. На плоскости *af* сей дощечки, изъ точки *d* описывается дуга *ef*, на которой отъ точки *n*, гдѣ линѣя *dc* дугу пересѣкаетъ, назначается въ обѣ стороны по нѣскольку градусовъ; а въ точкѣ *d* прикрѣпляется отвѣсъ *dc* съ гирькою *c*. Когда такая дощечка, приложится въ верху воткнутаго кола, то по отвѣсу видно будетъ, на сколько градусовъ отклонился колъ отъ отвѣснаго положенія, какъ то: колъ *de* уклонился отъ отвѣснаго положенія на уголъ *abc* *фиг.* 43.

§ 74. ЗАДАЧА. *Смѣрять на полѣ прямую линѣю.*

Рѣшен. Въ семъ случаѣ употребляются два человѣка съ саженьми: первой изъ нихъ полагаетъ съ конца линѣи свою сажень, къ концу которой, второй человѣкъ прилагаетъ плотно конецъ своей сажени; потомъ къ концу второй сажени опять первой кладетъ свою сажень и такъ далѣе, каждой полагая свою сажень, одинъ послѣ другаго наблюдаетъ щетъ полагаемыхъ саженей до окончанія, чрезъ что вымѣрена будетъ данная линѣя. Но поелику таковое измѣреніе при большихъ линѣяхъ весьма медлительно и неудобно, то употребляется для сего веревка или цѣпь въ 10 саж. длиною, которую впередъ идущей измѣрятель протягивая прямо по назначенной линѣи, въ концѣ каждаго положенія оной, втыкаетъ одинъ коликъ изъ имѣющихся при немъ нѣсколько нарочно сдѣланныхъ малыхъ колышковъ; а послѣдующій за нимъ, держащей другой конецъ цѣпи человѣкъ, тѣ колики собираетъ, и когда соберетъ десять коликовъ, то на особомъ коликѣ дѣлаетъ нарѣзку, изъ коихъ каждая нарѣзка будетъ означать сто саженъ; и продолжая такимъ образомъ до конца линѣи, вымѣряно будетъ все означенное разстояніе.

Примѣч. I. Означенное измѣреніе тогда только можетъ быть вѣрно, когда поверхность земли ровна, а въ противномъ случаѣ ставятся по длинѣ линѣи колья отвѣсно, а потомъ отъ одного кола къ другому натягивается цѣпь или веревка, такъ чтобы она, хотя глазомѣрно, была перпендикулярна къ обѣимъ кольямъ: но поелику ни веревку, ни цѣпь не можно вытянуть, такъ чтобы она составляла прямую линѣю; то для отвращенія сего, между колья-

ми подставливаются сошки, связаныя крестообразно изъ двухъ палочекъ, на кои полагается цѣпь или веревка, елико возможно прямѣе, и чрезъ то измѣряется данная линѣя.

Примѣч II. Поелику послѣдній случай мѣрять линѣю по отвѣснопоставленнымъ кольямъ съ лишкомъ затруднителенъ, то хотя бы колья поставлены были и по глазомѣру, отклоняясь отъ отвѣснаго положенія на одинъ, два или три градуса; но однакожь они чувствительной погрѣшности въ измѣреніи линѣи произвести не могутъ. А дабы о семъ увѣриться, то положимъ, что разстояніе AC (*фиг.* 44) вымѣрять должно, которое содержитъ въ себѣ 10 саженъ, и притомъ, въ точкѣ C колъ поставленъ отвѣсно, а въ точкѣ A колъ AC отъ отвѣснаго положенія отклонился на 1°; такимъ образомъ, что вмѣсто AC вымѣрена линѣя EF, которая съ коломъ AC дѣлаетъ уголъ прямой, слѣдовательно будетъ уголъ $DEF = 1^\circ$; по сему для треугольника EDF произойдетъ слѣдующая пропорція: *син*EFD : *r*=ED : EF. И послику ED почти ничемъ не разнится отъ AC, то въ помянутой пропорціи вмѣсто ED можно взять AC, и для того чрезъ логариѳмы выйдетъ слѣдующая выкладка: LAC = 1.0000000

L*r* = 10.0000000

Сумма = 11.0000000

L*син*. EFD = 9.9999338

LEF = 1.0000662, которому соотвѣтствующее число найдется 10.0015; слѣдовательно на 10ти саженяхъ въ семъ случаѣ погрѣшность будетъ $\frac{15}{10000}$ или почти $\frac{1}{666}$ часть сажени. Но поелику линѣя ED меньше, нежели AC, посему ежели бы въ пропорціи положить истинную длину линѣи ED, то бы погрѣшность произошла еще менѣе. А какъ колъ отъ кола почти никогда такъ близко ставить нѣтъ нужды, и обыкновенно ставятся одинъ

отъ другаго въ 40 или во 100 саженяхъ, то въ таковомъ случаѣ небольшую въ углѣ ошибку за ничто почесть можно; потому что въ семъ случаѣ произойдетъ погрѣшность на 100 саженяхъ меньше $\frac{1}{66}$ части сажени, а на 1000 саженяхъ будетъ почти $\frac{1}{6}$ часть сажени; слѣдовательно погрѣшность еще менѣе произойти должна, когда колья не въ одну, но въ противныя стороны отъ отвѣснаго положенія наклонены будутъ; а по сему въ постановленіи кольевъ отвѣсно, можно положиться на глазомѣръ. Но поелику: хотя въ Геодезіи таковаго медлительнаго измѣренія линѣй никогда не употребляется, и притомъ естьли къ тому еще взяты будутъ Физическія причины, что всякое тѣло отъ стужи дѣлается короче, а отъ тепла длиннѣе, то не довольно веревка, но и цѣпь въ длинѣ своей подвержена перемѣнамъ, кои также въ Геодезіи не наблюдаются; однакожь всякому Землемѣру стараться должно, дабы длина измѣряемой линѣи, между двумя кольями, сколько можно, длиною своею совершеннѣе подходила къ истинной длинѣ линѣи, перпендикулярной къ обоимъ кольямъ; ибо отъ пренебреженія сего, въ сочиненіи плана произойти могутъ неизбѣжныя погрѣшности и затрудненія. При измѣреніи на полѣ линѣй, Землемѣръ за щастіе почитать долженъ, когда онъ въ мѣряніи линѣи около 1000 саженъ, не болѣе ошибется какъ на одну сажень.

§ 75. ЗАДАЧА. *Данную прямую линѣю* AB *на землѣ, раздѣлить на двѣ равныя части.* фиг. 39 я,

Рѣшен. Вымѣрявъ данную линѣю AB (§ 74), число саженъ и прочая надлежитъ записать; потомъ отъ кола A въ прямой линѣи съ коломъ B, отмѣрявъ цѣпью половинное число саженъ всего разстоянія AB, поставить колъ D, которой будетъ означать средину линѣи AB.

§ 76. ЗАДАЧА. *Вымѣрять уголъ* ACB *на горизонтальной поверхности.* фиг. 45 я.

Рѣшен. I. *посредствомъ кольевъ.* Сперва данной уголъ ACB должно снесть съ земли на бумагу такимъ образомъ: отмѣрявъ отъ точки C до E сколько нибудь футовъ, *на прим.* 28, въ точкѣ E воткни колъ, и столько же отмѣрявъ отъ C до D, воткни въ D колъ; между кольями D и E смѣряй разстояніе DE, которое положимъ будетъ 35 футовъ; потомъ проведя на бумагѣ прямую линѣю *ac*, и взявъ циркулемъ съ приготовленнаго размѣра 28 футовъ, симъ раствореніемъ изъ точки *a* опиши дугу *ed*; взявъ же съ тогожъ размѣра 35 футовъ, симъ раствореніемъ циркула, изъ точки *e* пересѣки дугу въ *d*, чрезъ которую проведи линѣю *ab*, то будетъ уголъ *bac*=ACB; наконецъ величину угла *bac*, снесеннаго съ земли на бумагу, смѣряй порансспортиромъ *x* (*Гео.* § 34 *приб.*), на которомъ назначены градусы и минуты (*), получишь число градусовъ и проч. даннаго угла ACB.

(*) Весьма рѣдко случается, чтобы на транспортирѣ были назначены минуты; ибо за мѣлкостію градусовъ оныя не означаются; слѣдовательно настоящую величину угла съ минутами изобразить не можно; однакожь есть такія транспортиры, посредствомъ коихъ вымѣриваются и назначаются на бумагѣ углы, съ точною вѣрностію отъ 5 ти до 2 хъ минутъ. Они дѣлаются слѣдующимъ образомъ: *фигура* 46 я изображаетъ обыкновенной круглой транспортиръ, раздѣленный на 360 градусовъ. Къ сему транспортиру придѣлывается дуга *aa* въ

Доказ. Поелику бока треугольника *dae*, снесеннаго на бумагу по Геометрическому размѣру, суть пропорцiональны бокамъ треугольника DCE; по сей причинѣ треугольникъ *dae* подобенъ △DCE и уголъ *bac*=ACB (*Гео.* § 119).

Рѣшен. II. *астролабiею.* Въ точкахъ A и B, воткнувъ отвѣсно по одному колу, поставь

Е 2

полкруга величиною, съ поперешникомъ *b* и *b*; на оной дугѣ отъ концовъ дiаметра берется по 59 град. обыкновеннаго транспортира какъ *bc*, и раздѣляется на 60 равныхъ частей, линѣями отъ центра H проведенными, кои показываютъ минуты сверхъ числа градусовъ измѣряемаго угла. Оная дуга, будучи прикрѣплена посредствомъ сдѣланной линѣйки *dd*, у центра круга, обращается свободно около транспортира, касаясь своимъ раздѣленiемъ, раздѣленiю градусовъ транспортира. И такъ естьли должно будетъ вымѣрять на бумагѣ данной уголъ AHD; то положа транспортиръ, дiаметромъ его по линѣи AH, чтобы центръ онаго находился у точки H, придерживай его лѣвою рукою плотно къ бумагѣ, а правою рукою подвигай тихо поперешникъ *dd*, до тѣхъ поръ, пока радiусъ онаго точно будетъ находиться на линѣи HD, что учиня, поперешникъ *dd* съ дiаметромъ транспортира означитъ уголъ болѣе 49 град.; потомъ смотря по дугѣ означающей минуты, которая изъ всѣхъ на той дугѣ *bc* шестидесяти линѣй, сошлась прямо съ линѣею, означающею градусы транспортира; найдется, что 18 я линѣя, означающая число миинутъ, находится съ линѣею градусовъ транспортира въ прямой линѣи; слѣдовательно и означаетъ, что рголъ AHD имѣетъ 49 град. 18 минутъ.

астролабію надъ точкою С горизонтально, такъ чтобы гирька астролабическаго отвѣса падала въ точку С; потомъ направя неподвижной діоптръ на колъ А, а подвижной на колъ В, сочти по окружности астролабіи отъ неподвижнаго діоптра число градусовъ и минутъ до подвижнаго діоптра, то число оныхъ покажетъ величину угла АСВ.

§ 77. ЗАДАЧА. *Астролабію поставить такъ, чтобы поверхность оной была въ отвѣсномъ или вертикальномъ положеніи къ горизонту земли.*

Рѣшен. Поелику астролабія приводится въ отвѣсное положеніе, для измѣренія угловъ на отвѣсной или вертикальной плоскости находящихся, то въ то время въ компасѣ не бываетъ нужды, и для того снявъ стекло и стрѣлку, привяжи къ шпилькѣ на тонинькой ниточкѣ или волоскѣ отвѣсецъ съ малою гирькою, дабы шпилька компаса покривиться не могла; потомъ передвигая плоскость астролабіи, надлежитъ приводить въ такое положеніе, чтобы нить отвѣса или волосокъ, находился къ поверхности астролабіи параллельно, и сверьхъ того, закрывалъ бы линѣю означающую 270 или 90 град. Или приставя нить отвѣса къ линѣи, на нижней поверхности астролабіи, перпендикулярно къ діаметру неподвижнаго діоптра проведенной, поворачивай тихонько астролабію до тѣхъ поръ, пока нить отвѣса будетъ параллельна къ поверхности астролабіи, и прямо падать по означенной проведенной линѣи; тогда въ обоихъ случаяхъ бу-

детЪ поверхность астролабіи вЪ вертикальномЪ, а діаметрЪ неподвижнаго діоптра, проходящей чрезЪ точки 360° и 180° вЪ горизонтальномЪ положеніи.

Примѣч. Иногда случается, что должно измѣрять углы, ни на горизонтальной, ни на вертикальной плоскости находящіеся, но кЪ горизонту наклоненной; то при постановленіи астролабіи вЪ такое положеніе, нѣтЪ другаго способу, какЪ только ставить оную примѣняясь кЪ положенію той плоскости, на которой находится уголЪ.

§ 78 ЗАДАЧА. *Вымѣрять уголЪ на отвѣсной или вертикальной плоскости.*

Рѣшен. Поставя астролабію вЪ вертикальномЪ положеніи, и чтобы неподвижной діоптрЪ былЪ параллеленЪ кЪ горизонту (§ 77), направь движимой діоптрЪ на самой верхЪ даннаго предмета, *на прим.* на верхЪ башни и прочая; потомЪ сочтя число градусовЪ и минутЪ на окружности астролабической, отЪ неподвижнаго до подвижнаго діоптра, получится требуемая величина угла.

§ 79. ЗАДАЧА. *Опробовать угломѣрное орудіе, исправно ли сдѣлано.* фиг. 47 я.

Рѣшен. Всякому упражнявшемуся вЪ практикѣ довольно извѣстно, сколь трудно найти такое орудіе, вЪ которомЪ бы раздѣленіе окружности ни какой погрѣшности подвержено не было, и для того не безполезно будетЪ, всегда испытывать, вѣрно ли раздѣленіе сдѣлано. На сей конецЪ выбравЪ на ровномЪ мѣстѣ земли три точки A, B, C вЪ разстояніи одна отЪ другой около 200 саженЪ, поставь

въ нихъ колья отвѣсно; потомъ помощію орудія горизонтально поставленнаго вымѣряй углы BAC, ABC и ACB, и ежели сумма ихъ будетъ $=180°$, то въ такомъ случаѣ можно будетъ почитать, что раздѣленіе окружности орудія сдѣлано вѣрно.

Примѣч. Случается, что хотя орудіе въ раздѣленіи и не вѣрно, но сумма угловъ треугольника ABC выйдетъ $=180°$; по сей причинѣ на первой пробѣ угломѣрнаго орудія утверждаться не должно, и для повторенія повѣрки надлежитъ употребя вмѣсто треугольника, какой нибудь многоугольникъ съ исходящими углами, всѣ наружныя его углы, на горизонтальной поверхности находящіяся, вымѣрять, и когда сумма всѣхъ угловъ будетъ $=360°$, то утвердиться можно, что раздѣленіе сдѣлано вѣрно. Ежели ошибка въ цѣлой окружности не будетъ превышать 5, 6 или 8ми минутъ, то въ простой Геометрической практикѣ, какъ то при землемѣріи, сію погрѣшность, неисправляя мѣряемыхъ угловъ, презрѣть можно; но когда погрѣшность въ раздѣленіи круга астролабіи послѣдуетъ на градусъ или болѣе, то такого орудія съ пользою употреблять уже не можно; ибо всѣ производимыя по оному практическія дѣйствія будутъ ошибочны и невѣрны.

§ 80. ЗАДАЧА. *Найти способъ для поправленія вымѣрянныхъ угловъ, такимъ орудіемъ, коего раздѣленіе въ градусахъ невѣрно.* фиг. 47 я.

Рѣшен. Выбравъ на землѣ равное мѣсто, поставь нѣсколько кольевъ въ точкахъ A, B, C, D, E, F такъ, чтобы углы, коихъ общій верхъ будетъ находиться въ точкѣ A, были различной величины; потомъ вымѣрявъ какъ можно

исправнѣе разстояніи AB , AC , AD , AE и AF, также BC, CD, DE, EF и FB, сыщи величину угловъ каждаго треугольника, имѣющихъ верхи въ точкѣ A (§ 47) ; наконецъ поставя астролабію надъ точкою A горизонтально, вымѣряй всѣ тѣ назначенныя углы, и когда между углами выкладкою найденными, и вымѣрянными орудіемъ, найдутся чувствительныя разности, то при какомъ углѣ и сколь велики тѣ погрѣшности записать ; слѣдовательно чрезъ сіе самое найдется, сколько при какомъ углѣ , вымѣрянномъ орудіемъ, прибавить или убавить должно градусовъ или минутъ, для поправки произшедшей погрѣшности , отъ не вѣрнаго раздѣленія орудія.

§ 81. ЗАДАЧА. *На линѣи* AB, *у точки* A, *назначить на землѣ уголъ* CAB *желаемой величины на примѣръ: въ* 63°, 45'. фиг. 48 я.

Рѣшен. Поставя въ точкѣ B отвѣсно колъ, а въ точкѣ A астролабію горизонтально , которой бы отвѣсъ падалъ въ точку A , и неподвижные діоптры съ коломъ B, были въ прямой линѣи; потомъ отсчитавъ отъ неподвижнаго діоптра по кругу астролабіи 63° , направь подвижной діоптръ такъ, чтобы онъ съ неподвижнымъ діоптромъ составлялъ 63°, 45'; послѣ сего, смотря чрезъ подвижной діоптръ, прикажи помощнику поставить колъ въ точкѣ C, чтобы онъ былъ съ осью зрѣнія подвижнаго діоптра въ прямой линѣи ; а наконецъ отъ кола A до C натянувъ веревку, назначь прямую линѣю AC (§ 73), то получится желаемой величины уголъ BAC.

§ 82. ЗАДАЧА. *У точки* F, *на линѣи* FI, *назначить на землѣ уголъ равенъ данному* DAE. фиг. 49 я.

Рѣшен. I. *кольями.* Отмѣрявъ отъ точки A до B двѣ или три сажени, поставь въ A и B по колу, сдѣлай AC=DB, и поставя въ C колъ, смѣряй линѣю BC; потомъ отмѣрявъ отъ F до H двѣ или три сажени, поставь въ F и H по колу; взявъ шнуръ, сдѣлай на концѣ онаго петлю, и надѣвъ оную на колъ F, отмѣряй отъ кола по шнуру мѣру линѣи AC, и замѣтя на шнурѣ, отмѣряй отъ замѣтки еще столько футовъ, сколько вымѣрянная линѣя CB имѣетъ; потомъ послѣдней конецъ прикажи держать крѣпко у кола H, и держа за замѣченную точку натягивай шнуръ, и гдѣ оная замѣтка ляжетъ, поставь колъ G; наконецъ назначь подлѣ веревки на землѣ черту FG, то получится требуемой уголъ.

Рѣшен. II. *астролабіею.* Вымѣрявъ по § 76 му уголъ DAE, число градусовъ и минутъ онаго запиши; потомъ у точки F данной линѣи FI, назначь на землѣ уголъ IFG, равенъ вымѣрянному (§ 81), то получится требуемой уголъ.

§ 83. ЗАДАЧА. *Назначить на землѣ, у точки* B *линѣи* BD, *уголъ равенъ данному углу* abc *на бумагѣ.* фиг. 50 я.

Рѣшен. Взявъ съ размѣра произвольное число частей за футы (*Гео.* § 129), изъ верху *b* даннаго угла *abc* опиши дугу *ac*, и проведя хорду *ac*, смѣряй оную потому же размѣру. Положимъ, что *ab* или *bc* взятая по размѣру =28 фут. а хорда *ac*=15 фут.; то отмѣрявъ на землѣ отъ B до D столько футовъ, сколь-

ко бокъ *bc* даннаго угла на бумагѣ по размѣру имѣетъ, то есть 28 фут. поставь въ B и D по колу; потомъ взявъ шнуръ, отмѣряй по немъ сперва 28 фут. и замѣть; отъ замѣченной точки отмѣрявъ еще 15 фут прикажи крѣпко держать конецъ шнура у кола B, а послѣднюю точку у кола D, натягивай оной держа за замѣченную точку, пока обѣ стороны BF и DF вытянутся; наконецъ у замѣченной точки F поставь колъ и назначь линѣю BF, то получится требуемой величины уголъ FBD.

Примѣч Какимъ образомъ данной уголъ съ бумаги на землѣ назначивается астролабiею, то оное по задачѣ § 81 сдѣлать легко можно, естьли только дано будетъ число градусовъ и мунутъ онаго угла.

§ 84. ЗАДАЧА *На данной прямой линѣи* AB, *изъ данной точки* C, *назначить на землѣ перпендикуляръ.* фиг. 51я.

Рѣшен. I. *кольями.* Поставя въ точкѣ C колъ, сдѣлай линѣю CE равну CD *на прим.* въ 3 сажени; потомъ взявъ шнуръ, и сложа его вдвое, замѣть средину; котораго концы прикажи крѣпко держать при точкахъ E и D, а за средину шнура вытягивать, и когда обѣ стороны равно вытянуты будутъ, то въ точкѣ H, гдѣ будетъ находиться средина шнура, воткни колъ; напослѣдокъ отъ кола C чрезъ точку H назначь прямую линѣю CH, получишь требуемой перпендикуляръ CH.

Доказател. Поелику △CDH=△CEH, потому что DH=EH, EC=CD по положенiю, и CH общая; по сему и уголъ DCH=ECH (*Гео.* § 29); слѣдовательно CH перпендикулярна къ AB. *Гео.* § 24.

Другимъ образомъ кольямижъ. Отъ точки C до G отмѣрявъ 4 саж. поставь въ C и G по колу; взявъ шнуръ, отъ конца онаго отмѣряй сперва 5 саж. и замѣть, а отъ замѣтки отмѣряй еще 3 саж.; послѣднюю мѣтку прикажи держать у точки C, а первой конецъ шнура у точки G; потомъ натягивай шнуръ держа за замѣченную точку H, и гдѣ оная ляжетъ на землѣ, поставь въ оной колъ H; а напослѣдокъ отъ точки C чрезъ точку H назначь прямую линѣю CH, которая будетъ требуемой перпендикуляръ.

ДОКАЗ. Когда HC перпендикулярна къ AB, то должно быть $\overline{CH}^2+\overline{CG}^2=\overline{GH}^2$ (*Гео.* § 174): но поелику $\overline{CH}^2=3\times3=9$, $\overline{CG}^2=4\times4=16$, $\overline{GH}^2=5\times5=25$, по сему $9+16=25$, то есть $\overline{CH}^2+\overline{CG}^2=\overline{GH}^2$; слѣдовательно CH перпендикулярна къ AB.

Рѣшен. II. *астролабїею.* Поставя астролабїю надъ точкою C горизонтально, и чтобы гирька отвѣса падала въ точку C, направь неподвижный дїоптръ на колъ B, а подвижной направя на 90°, прикажи въ точкѣ H поставить колъ отвѣсно, и съ подвижнымъ дїоптромъ въ прямой линѣи; потомъ отъ точки C до H назначить прямую линѣю, которая будетъ означать требуемой перпендикуляръ; ибо когда уголъ BCH=90°, то линѣя CH перпендикулярна къ AB. Гео, § 24.

§ 85. ЗАДАЧА. *Изъ точки* F, *на линѣю* AB *на землѣ назначенную, опустить перпендикуляръ.* фиг. 52.

Рѣшен. I. *кольями.* Взявъ веревку гораздо болѣе двойнаго разстоянія FC, сложи оную вдвое; средину оной прикажи держать у данной точки F, и каждую половину веревки натягивай до линѣи AB, такъ чтобы вытянувъ оную на обѣ стороны концы ея находились на линѣи AB, въ точкахъ A и B; потомъ поставя въ точкахъ A и B колья, раздѣли линѣю AB на двѣ равныя части въ C, гдѣ воткнувъ колъ, назначь линѣю CF (§ 73), которая будетъ требуемой перпендикуляръ.

Доказ. Поелику линѣя AC = BC, AF = BF и CF общая, по сему △ACF = △BCF (*Гео.* § 29), и уголъ ACF = BCF; слѣдовательно CE перпендикулярна къ AB. Гео. § 24.

Рѣшен. II. *астролабїею.* Поставя астролабїю горизонтально въ произвольно взятой на линѣи AB точкѣ B, направь неподвижной діоптръ на колъ A, а подвижной на колъ F, вымѣрянное число градусовъ и минутъ угла ABF, которому пусть будетъ 60°, 18′, вычти изъ 90°, останется 29°, 42′; потомъ поставя астролабїю надъ точкою F горизонтально, направь неподвижной діоптръ на колъ B, а подвижной поставь на 29°, 42′; наконецъ прикажи поставить колъ C на данной линѣи AB такъ, чтобы онъ съ подвижнымъ діоптромъ находился въ прямой линѣи, назначь на землѣ линѣю CF, то оная будетъ требуемой перпендикуляръ.

Доказ. Поелику уголъ CBF + BFC = 90° по рѣшенію, по сему уголъ BCF = 90°; слѣдовательно CF перпендикулярна къ AB.

§ 86. ЗАДАЧА. *Изъ данной точки* A *назначить на землѣ линѣю, параллельно къ данной* BC. фиг. 53 я,

Рѣшен. Отъ точки A до B назначивъ линѣю AB (§ 73), сдѣлай уголъ DAB = CAB (§ 82); проведи линѣю AD, которая будетъ параллельна къ BC. Такимъ же образомъ назначивается на землѣ параллельная линѣя и астролабiею.

Доказ. Поелику уголъ CBA = BAD по рѣшенiю; слѣдовательно линѣя AD параллельна къ BC (*Гео.* § 44).

§ 87. ЗАДАЧА. *На линѣи* AB *назначить на землѣ равносторонной треугольникъ.* фиг. 54 я.

Рѣшен I. *кольями.* Отмѣряй отъ A до D пять или 6 саженъ, воткни въ A и D колья; взявъ шнуръ отмѣряй дважды по стольку саженъ, сколько содержитъ въ себѣ AD; потомъ прикажи концы шнура держать крѣпко у точекъ A и D, и вытягивай за средину шнура; гдѣ будетъ средина шнура находиться, воткни въ оную точку C колъ; равнымъ образомъ сдѣлай такой же треугольникъ BFG и на другомъ концѣ B; наконецъ назначивъ линѣи AC и BF, продолжи оныя пока взаимно пересѣкутся въ E; то получится требуемой треугольникъ ABE.

Рѣшен. II. *астролабiею.* На данной линѣи AB, у точки A назначь на землѣ уголъ BAE = 60° также и у точки B уголъ ABE = 60° (§ 81.); потомъ продолжа линѣи AE и BE пока пересѣкутся въ точкѣ E, назначь на землѣ линѣи AE, CB и AB, то получится равносторонной треугольникъ

Доказ. Справедливость сего видна изъ самаго рѣшенiя.

§ 88. ЗАДАЧА. *На данной линѣи* AB *назначить на землѣ квадратъ.* фиг. 55 я.

Рѣшен. Изъ точекъ A и B поставь перпендикуляры AC и BD (§ 84), каждой равенъ данной линѣи AB, концы сихъ перпендикуляровъ соедини прямою линѣею CD; потомъ назначивъ на землѣ всѣ оныя линѣи, получится требуемой квадратъ.

Доказ. Справедливость сего рѣшенія, ясно видна изъ § 89го Геометріи.

§ 89. ЗАДАЧА. *На данной линѣи* PQ, *назначить на землѣ какой нибудь правильной многоугольникъ.* фиг, 56 я.

Рѣшен. I. *кольями.* Сперва начерти на бумагѣ произвольной величины правильной многоугольникъ, *на примѣръ*: пятіугольникъ *acfgb* (*Гео.* § 113); положи по размѣру линѣю *ad* равну 4мъ или 5ти саженямъ; сдѣлай *ae*=*ad* и проведи *ed*, которую вымѣряй потомужъ размѣру; потомъ сдѣлай на данной PQ, у точки P на землѣ уголъ EPQ равенъ *cad*, у точки Q уголъ HQI равенъ *dbg* (§ 83); назначь линѣи PK и QN каждую равну данной PQ; наконецъ сдѣлавъ уголъ K и N каждой равенъ углу EPD, назначь на землѣ линѣи, то получится правильной пятіугольникъ.

Рѣшен. II. *астролабіею.* Сыскавъ уголъ окружности правильнаго пятіугольника (*Гео.* § 101. *слѣд.* 2) которой =108°, назначь астролабіею у точки P данной линѣи PQ уголъ KPQ=108° (§ 81). Также и у точки Q сдѣлай уголъ PQN=108°; назначь линѣи PK и QN каждую равну линѣи PQ; наконецъ у точекъ K и N

сдѣлавъ углы PKM и QNM по 108° и назначивъ на землѣ всѣ линѣи, получится требуемой пятіугольникъ.

Доказ. Справедливость сихъ рѣшеній видна изъ самыхъ дѣйствій и § 113 Геометріи.

§ 90. ЗАДАЧА. *Найти разстояніе двухъ предметовъ* A *и* B, *изъ коихъ отъ одного къ другому прямой линѣи провести не можно.* фиг. 57 я.

Рѣшен. I. *кольями.* Пусть будутъ два мѣста A и B, между коими находится озеро, болото или гора, препятствующая отъ одного мѣста къ другому въ проведеніи прямой линѣи; то выбравъ третіе мѣсто C, изъ котораго бы къ обоимъ предметамъ A и B можно было провесть и вымѣрять прямыя линѣи AC и CB, назначь линѣи AC и CB; потомъ вымѣрявъ оныя какъ можно вѣрнѣе, отмѣряй отъ C до E произвольную часть линѣи AC, *на прим.* пятую, также и отъ C до D отмѣряй такую же часть линѣи BC; наконецъ вымѣрявъ проведенную отъ E до D линѣю DE, умножь оную во столько разъ, сколько CE содержится въ AC или CD въ CB, то получится требуемое разстояніе AB.

Доказ. Поелику △ECD подобенъ △ACB (*Гео.* § 118); слѣдовательно во сколько разъ AC больше CE, во столько разъ AB больше ED (Гео. § 117).

Рѣшен. II. *астролабіею.* Вымѣрявъ величину линѣи AC и CB, смѣряй астролабіею уголъ ACB (§ 76); потомъ по извѣстнымъ линѣямъ AC, BC и между ими углу ACB треугольника ABC по § 49 найдется требуемое разстояніе AB.

§ 91. ЗАДАЧА. *Найти взаимное разстояніе двухъ предметовъ* A *и* B, *изъ коихъ къ одному только* B *подойти можно.* фиг. 58 я.

Рѣшен. I. *кольями.* У предмета B поставя колъ, назначь отъ онаго къ берегу рѣки на предметъ A прямую линѣю BA; потомъ подъ какимъ нибудь угломъ проведи прямую линѣю BE, сдѣлай уголъ BED=EBA; поставь на линѣи BE въ произвольной точкѣ C колъ, также и на линѣи ED поставь въ точкѣ D колъ такъ, чтобы колъ D съ коломъ C и предметомъ A былъ въ прямой линѣи; потомъ вымѣрявъ линѣи BC, CE и ED, сдѣлай слѣдующую пропорцію: какъ CE содержится къ CB, такъ ED будетъ содержаться къ требуемому разстоянію AB.

Доказ. Поелику ΔABC подобенъ ΔDCE, потому, что уголъ ABC=DEC по рѣшенію, уголъ BCA=DCE (Гео. § 21), и уголъ BAC=CDE (*Гео.* § 48. *слѣд.* 3); по сей причинѣ CE : CB=ED : AB. (*Гео.* § 117).

Рѣшен II. *астролабіею.* Выбравъ мѣсто C, вымѣряй линѣю BC, потомъ посредствомъ астролабіи смѣряй величину угловъ BCA и CBA (§ 76); тогда будетъ въ треугольникѣ BCA извѣстна линѣя BC и два угла BCA и CBA, по коимъ сыщется разстояніе AB, чрезъ слѣдующую пропорцію: *син.*BAC : *син.*BCA=BC : AB § 21.

§ 92. ЗАДАЧА. *Найти широту рѣки* DC, *къ которой съ одной стороны ходить можно.* фиг. 59 я.

Рѣшен. I. *кольями.* Назнача на землѣ линѣю AB сколько можно параллельно берегу рѣ-

ки, надлежитъ замѣтить на другомъ берегу какой нибудь предметъ, *на прим.* C, потомъ поставя на линѣи AB въ точкѣ A колъ, назначь къ берегу рѣки на предметъ C линѣю AD, такъ чтобы уголъ BAC сколько можно подходилъ близко къ прямому углу; а изъ точки B на предметъ C назначь линѣю BC; отмѣрявъ отъ A до F произвольное число саженъ, сдѣлай уголъ AFD=ABC (§ 82); наконецъ вымѣрявъ линѣю AB и AD, сдѣлай слѣдующую пропорцію: AF : AB=AD : AC, чрезъ что получится разстояніе AC, изъ котораго вычтя разстояніе AD отъ A до берегу рѣки, то получится требуемая широта рѣки.

Доказ. Поелику △ADF подобенъ △ABC, потому что уголъ BAC общій, ∠AFD=∠ABC по рѣшенію, и уголъ FDA=BCA; по сей причинѣ AF : AB=AD : AC (*Гео.* § 117), и слѣдовательно AC—AD= широтѣ рѣки DC.

Рѣшен. II. *астролабіею.* Назнача линѣю AB, какъ въ первомъ рѣшеніи показано, поставь астролабію надъ точкою A, такъ чтобы наведенной неподвижной діоптръ на предметъ C, а подвижоой на колъ B составляли уголъ BAC въ 90°; вымѣряй уголъ ABC (§ 76) и линѣю AB; потомъ въ треугольникѣ ABC, по извѣстнымъ угламъ BAC, ABC и боку AB, найдется разстояніе AC, чрезъ слѣдующую пропорцію: *син.* BCA : *син* ABC =AB : AC (§ 21); наконецъ вымѣрявъ разстояніе AD до берегу рѣки, вычти оное изъ найденнаго разстоянія AC, то получится требуемая широта рѣки.

Примѣч. Такимъ же образомъ сыскивается разстояніе отъ приступнаго предмета B до неприступнаго A (фиг. 58): когда отъ точки E или C назадъ отойти не можно.

§ 93. ЗАДАЧА. *Найти разстояніе двухъ неприступныхъ предметовъ* A *и* B. фиг. 60 я.

Рѣшен. I. *кольями.* Назначь по изволенію прямую линѣю CD, также назначь до берегу рѣки линѣи, отъ точки C на предметъ A, а отъ D на предметъ B; потомъ сдѣлавъ уголъ CDG=ACD (§ 82), и уголъ DCF=BDC, раздѣли линѣю CD на двѣ равныя части въ E (§ 75); поставь въ оной колъ, также въ точкахъ G и F поставь колья, такъ чтобы колъ G съ коломъ E и предметомъ A, а колъ F съ коломъ E и предметомъ B были въ прямой линѣи; наконецъ смѣряй разстояніе отъ кола F до G, которое будетъ равно требуемому разстоянію AB.

Доказ. Поелику △AEC=△GED, потому что CE=ED, уголъ ACE=EDG по рѣшенію, и уголъ AEC=DEG противуположенные, по сему AE=EG (*Гео.* § 27); также докажется, что треугольникъ DEB=△CEF и BE=EF; по сей причинѣ треугольникъ AEB=FEG; ибо AE=EG, EB=EF и уголъ AEB=FEG; слѣдовательно и AB=FG *Гео.* § 26.

Прибавлен. Ежели отъ точекъ C и D назадъ ходить не можно: то назнача линѣю CD (*фиг.* 60 я), должно опредѣлить на ней точку E; потомъ по примѣчанію предъидущей задачи найдя разстояніе BE, предметовъ B и E, также и величину разстоянія AE предметовъ A и

Е, отмѣряй по назначеннымъ къ предметамъ А и В линѣямъ отъ Е къ Н какую нибудь часть линѣи ЕВ, *на прим.* седмую, и отъ Е до К такую же часть линѣи АЕ; а напослѣдокъ вымѣрявъ линѣю КН, умножь оную во столько разъ, сколько ЕН содержится въ ЕВ, или ЕК въ ЕА, то получится требуемое разстояніе АВ; ибо изъ рѣшенія видно, что линѣя ЕН столько разъ содержится въ ЕВ, сколько разъ ЕК содержится въ ЕА, и уголъ АЕВ общій; по сему △ЕКН подобенъ △ЕАВ (*Гео.* § 118); слѣдовательно во столько же разъ и АВ больше КН.

Рѣшен. II. *астролабіею.* Назнача основаніе АН (*фиг.* 61я) противъ самыхъ предметовъ В и D, смѣряй уголъ ВАН и DАН; потомъ поставя астролабію надъ точкою Н, а въ точкѣ А поставя колъ, вымѣряй углы АНD и АНВ; вычти уголъ АНВ изъ ∠АНD, останется ∠ВНD; по извѣстнымъ угламъ ВНА, ВАН и линѣи АН сыщется разстояніе ВН; а по извѣстнымъ угламъ НАD, DНА и основанію АН найдется разстояніе DН (§ 23); наконецъ по извѣстнымъ бокамъ DН, НВ и углу ВНD треугольника ВDН, найдется требуемое разстояніе ВD (§ 49).

Примѣч. I. Чрезъ предписанныя правила, весьма удобно измѣрять разстоянія разныхъ крѣпостныхъ строеній, осажденной крѣпости и около оной положенныхъ мѣстъ, служащихъ къ прожектированію въ разсужденіи мѣста атаки, какъ то: начала копанія шанцовъ, опредѣленія параллелей, комуникаціонныхъ линѣй, назначиванія мѣста батарей и во всемъ прочемъ; ибо въ семъ случаѣ можно поступать такъ,

будто бы при измѣреніи помянутыхъ разстояній, ни какова препятствія не было.

Примѣч. II. Логарифмическихъ выкладокъ здѣсь не приложено для того, что всѣ сіи случаи изъяснены примѣрами въ Тритонометріи. Теперь остается показать причины, что во всѣхъ дѣйствіяхъ должно избирать за основанія такія линѣи, при коихъ бы измѣряемые углы были не очень остры и не весьма тупы; дабы въ противномъ случаѣ, при измѣреніи оныхъ, не послѣдовало чувствительныхъ погрѣшностей.

Примѣч. III. Изъ предъидущихъ задачь видно, что для сысканія разстояній, избираемыя мѣста *на прим.* C (фиг. 62), зависятъ отъ произволенія, слѣдовательно и уголъ ACB; и послику какой бы величины уголъ ACB избранъ нибылъ, въ мѣряніи онаго равную погрѣшность, или отъ неисправности орудія, которымъ углы мѣряются, или отъ другихъ какихъ нибудь обстоятельствъ, учинить можно; то надлежитъ брать такіе углы, отъ нашей воли зависящіе, чтобы ошибка въ оныхъ самую малую погрѣшность въ искомомъ разстояніи производила. А что бы сіе изъяснить, то положимъ въ § 91 мѣсто C такъ выбрано, что уголъ ACB найденъ $55^{\circ}, 45'$ (*фиг.* 58), и ошибка послѣдовала въ избыткѣ на $10'$, а уголъ CBA и разстояніе BC вымѣряны вѣрно. Такимъ образомъ разность логарифмовъ вымѣряннаго угла и истиннаго будетъ 8628. Но ежели бы уголъ не изъ точки C, а изъ точки D вымѣрянъ былъ (фиг. 62), и съ равною бы погрѣшностію уголъ ADB найденъ былъ $78^{\circ}, 17'$, а уголъ BAD вымѣрянъ вѣрно, то разность логарифмовъ соотвѣтствующихъ истинному и вымѣрянному углу будетъ 2639 меньше, нежели прежде; слѣдовательно и въ искомомъ разстояніи AB меньшую погрѣшность произвесть должна. Откуда явствуетъ, что и въ избраніи мѣстъ должно слѣдовать извѣстнымъ правиламъ, которыя для озна-

ченныхъ выше сего случаевъ въ слѣдующихъ предложеніяхъ сообщаются.

Положимъ, что въ § 90, когда измѣрянъ былъ уголъ ACB (*фиг.* 63), учинена ошибка на весьма малой уголъ GCB; а линѣя AC и BC вымѣряны вѣрно: то по Тригонометріи вмѣсто разстоянія AB найдется AG. А дабы опредѣлить сколько разстояніе AG отъ истиннаго разнствуетъ, то изъ центра C радіусомъ CB опиши дугу GB, которую для малости ея за прямую линѣю почесть должно, и уголъ CBG принять за прямой; потомъ ежели изъ A чрезъ B опишется дуга BD, то будетъ AB=AD, уголъ ABD прямой; слѣдовательно ABD—CBD=CBG—CBD; то есть ABC=GBD, и въ треугольникѣ BGD будетъ BG : DG=*r* : *син* GBD, или BG : DG=*r*. *син*.ABC; слѣдовательно при равныхъ прочихъ обстоятельствахъ погрѣшность тѣмъ будетъ меньше, чѣмъ уголъ ABC будетъ меньше: откуду видно, что мѣсто C сколько возможно ближе къ мѣсту A выбирать надлежитъ, дабы углы A и C ближе къ прямымъ подходили.

Чтобы перейти всѣ случаи, о которыхъ выше сего упомянуто, положимъ, что когда по двумъ угламъ A, ACB и линѣи AC (*фиг.* 64) ищется разстояніе AB, въ мѣряніи угловъ послѣдовала въ одномъ только ошибка, такъ что вмѣсто угла ACB, взятъ былъ уголъ ACG, то по выкладкѣ вмѣсто AB найдется AG, и ежели изъ центра C разстояніемъ CB опишется дуга BE, то по малости угла BCE дугу BE можно почесть за прямую линѣю, которая будетъ мѣра погрѣшности въ углѣ послѣдовавшей: и поелику углы CBE и CEB можно принять за прямые; то должно быть ABC+EBG=90°, BCE+EBG=90°. По сему ABC+EBG=BCE+EBG и ABC =BCE; но въ треугольникѣ BCE должно BE : BC=*син*. BCE : *r*, или BE : BC=*син*. ABC : *r*; слѣдовательно при равной въ углѣ погрѣшности, разность между истин-

нымъ разстоянїемъ и найденнымъ, тѣмъ будетъ меньше, чѣмъ уголъ ABC будетъ больше; по сему для точки C надлежитъ выбирать такое мѣсто, чтобъ углы A и ACB были острые, а уголъ B, сколько возможно подходилъ ближе къ прямому, для того, что ежели будетъ уголъ тупой, то угла тупаго и остраго съ тупымъ, составляющаго 180°, синусы бываютъ равны, и потому тупой уголъ къ сему намѣренїю неспособенъ.

Погрѣшность можетъ послѣдовать не только въ мѣрянїи угла ABC (*фиг.* 65), но и въ мѣрянїи ∠BAC. Чтобъ и въ такомъ случаѣ опредѣлить разность найденнаго разстоянїя отъ истиннаго, то положимъ, что при измѣренїи втораго угла BAC послѣдовала такая же ошибка, какъ и при первомъ ABC; то есть, ежели онъ вымѣрянъ больше настоящей своей величины угломъ GAF, которой нѣсколько минутъ въ себѣ содержитъ; слѣдовательно и линѣя AF, будетъ больше AC. Чрезъ что послѣдуетъ новая ошибка въ измѣренїи AC; и такъ ежели изъ точки A взятой за центръ разстоянїемъ AG описать дугу GL, то оную по ея малости можно почесть за прямую линѣю перпендикулярно стоящую на радїусахъ AG и AL, отъ чего произойдетъ прямоугольной треугольникъ GLF, котораго уголъ LFG равенъ AGB; ибо они до 90° одно дополненїе LGF имѣютъ; слѣдовательно въ треугольникѣ GLF, разность LF : GL=*син.*LGF : *син.*LFG; но уголъ ACB—CBG=BGA, и AGB+ECG=AGB+LGF, по сему ECG=LGF; изъ чего слѣдуетъ, что FL : LG=*син.*ECG : *син.*(ACB—CBC); но поелику уголъ CBG въ разсужденїи его малости можно почесть за ничто, то LF содержится къ FG какъ синусъ дополненїя угла ACB до 90 град. къ синусу того же угла ACB.

Слѣдовательно ошибка тѣмъ менѣе, чѣмъ уголъ ACB будетъ ближе къ прямому, или сумма лежа-

щихъ на основаніи угловъ мало чѣмъ разнствуетъ отъ 90 градусовъ; ибо когда уголъ АСВ не много меньше 90°, то и углы А и В тѣмъ же больше 90°, слѣдовательно и синусъ угла АСВ мало чѣмъ разнствуетъ отъ синуса ССВ; того ради при изслѣдованіи мѣры угла АВС, должно основаніе АВ такъ располагать, чтобъ уголъ АВС всегда былъ нѣсколькими минутами меньше 45°, а уголъ при А толикимъ же числомъ больше 45°, дабы сумма угловъ А и В была=90°; естьли же ошибка учиненная при А уменьшала уголъ А вмѣсто того, чтобъ увеличить оной, то уменьшилась бы и линѣя АС; слѣдовательно оная исправила бы погрѣшность угла В. И такъ ошибки могутъ взаимно одна другую исправлять, что часто при большихъ дѣйствіяхъ въ практикѣ случается; но когда желательно вѣрно вымѣривать углы, то надлежитъ выбирать мѣста способныя для основанія и угловъ, чтобъ чрезъ то погрѣшности уменьшать можно было, которыя при дѣйствіяхъ въ разсужденіи разныхъ обстоятельствъ почти неизбѣжны, въ чемъ особливо съ пользою служить могутъ, сіи примѣчанія.

Ежели случившіяся ошибки при измѣреніи угловъ будутъ велики, то сіе произходитъ по большой части отъ неисправнаго вымѣриванія линѣй, взятыхъ за основанія; по сему для отвращенія большихъ погрѣшностей въ измѣреніи угловъ, надлежитъ стараться сколько можно, при всѣхъ практическихъ дѣйствіяхъ точнѣе вымѣривать основанія и углы.

Для сей причины должно ставить почаще на основанія колья, натягивать какъ можно прямѣе веревку, убѣгать неравности мѣстоположенія, гдѣ должно быть взятому основанію, и чтобъ всѣ части веревки лежали горизонтально въ прямой линѣи.

§ 94 ЗАДАЧА. *На данной линѣи* ВС *поставить перпендикуляръ, которой бы падалъ въ точку* А *неприступнаго предмета.* фиг. 66 я.

Рѣшен. I. *кольями.* Проведя линѣю ВС, назначь на предметъ А къ берегу рѣки линѣю ВЕ, также и отъ С линѣю СF, положи отъ В до D *на прим.* пять или 10 саженъ; сдѣлай уголъ BDE равенъ ВСА (§ 82); потомъ изъ точки Е опустя на ВС перпендикуляръ EQ (§ 85), и вымѣрявъ исправно BD, BQ и ВС, сдѣлай слѣдующую пропорцію: BD : BC = BQ : BH, и сколько сей линѣи найдется саженъ, футовъ и проч. столько же ихъ отмѣряй отъ В до Н; наконецъ изъ точки Н назначь къ берегу рѣки на предметъ А линѣю НОА, то оная будетъ перпендикулярна къ ВС.

Доказат. Поелику ΔBDE подобенъ ΔBCA, потому что уголъ АВС общій, BDE = BCA по рѣшенію, и уголъ BED = BAC, то для сего будетъ BE : BA = BD : BC (*Гео.* § 117) : но BD : BC = BQ : BH по рѣшенію, по сему BE : BA = BQ : BH; слѣдовательно въ разсужденіи общаго угла АВС и пропорціональныхъ линѣй, треугольникъ АВН подобенъ ΔBEQ (*Гео.* § 118), и для того уголъ BQE = BHA суть прямые, а потому и НА перпендикулярна къ ВС.

Рѣшен. II. *астролабіею.* Вымѣрявъ углы СВА, ВСА и линѣю ВС, по извѣстнымъ симъ двумъ угламъ и боку ВС треугольника АВС найдется линѣя АВ (§ 23); потомъ вычтя уголъ СВА изъ 90° получится уголъ НАВ; а чрезъ слѣдующую пропорцію: *r* : *син.* HAB = AB : BH, сыщется величина линѣи ВН; напослѣдокъ отмѣрявъ отъ В до Н столько саженъ и футовъ,

сколько будетъ въ найденной линѣи BH, назначь на предметъ A линѣю HA (§ 73), которая будетъ перпендикулярна къ BC.

Истинну сего, видѣть можно изъ самаго рѣшенія.

§ 95. ЗАДАЧА. *Изъ точки* C *назначить линѣю, которая бы падала перпендикулярно на неприступное непріятельское крѣпостное строеніе* AB. фиг. 67 я.

Рѣшен. I. *кольями.* Назначь изъ точки C по изволенію линѣю CD, а изъ C и D на предметы A и B прямыя линѣи AC, AD, CB и DB; отмѣрявъ отъ C до G пять или болѣе саженъ, сдѣлай на CG уголъ CGI=CDB и уголъ CGH=CDA (§ 82); точки H и I соедини прямою линѣею HI, на которую изъ точки C опусти перпендикуляръ CK (§ 85), по продолженіи котораго будетъ CM перпендикулярна къ крѣпостному строенію AB. Но дабы найти величину сего перпендикуляра, то вымѣрявъ величину линѣй HI, CK и CD, сдѣлай слѣдующую пропорцію: CG : CD=CK : CM.

Доказ. Поелику △CGH подобенъ △CDA и △CGI подобенъ △CDB по рѣшенію, и для того CH : CA=CG : CD=CI : CB (*Гео.* § 117), по сему треугольники HCI и CAB имѣя общій уголъ ACB, заключающійся между соразмѣрными боками, суть подобны между собою (*Гео.* § 118), и линѣя HI параллельна къ AB: но какъ прямой уголъ CKI=CMB (*Гео.* § 43. *слѣд.* 1); слѣдовательно CM перпендикулярна къ AB, и для подобія четвероугольниковъ CGIK и CDBM будетъ CG : CD=CK : CM (*Гео.* § 151).

Рѣшен. II. *астролабїею.* Сперва у точекъ C и D вымѣряй углы DCA, DCB, CDB, CDA и назначенную линѣю CD; потомъ въ треугольникѣ CDB, по извѣстнымъ угламъ CDB, DCB и линѣи CD, найдется величина линѣи CB; а въ треугольникѣ CDA, по таковой же причинѣ сыщется величина линѣи CA (§ 23). Вычтя уголъ DCB изъ угла DCA, получится уголъ ACB; а по извѣстнымъ бокамъ CA, CB и углу ACB треугольника ABC, найдется уголъ ABC (§ 49); которой вычтя изъ 90°, поставь астролабїю надъ точкою C горизонтально, и направя неподвижной дїоптръ на предметъ B, направь подвижной дїоптръ на столько градусовъ, сколько осталось углу дополненїя угла CBA до 90°; потомъ назначь въ прямомъ положенїи съ подвижнымъ дїоптромъ линѣю CM, то оная будетъ перпендикулярна къ AB. Величина же сего перпендикуляра CM найдется чрезъ слѣдующую пропорцїю: r : *син.*$CBM = CB : CM$ (§ 16).

Доказ. Поелику уголъ $CBM + BCM = 90°$ по рѣшенїю, по сему уголъ $CMB = 90°$; слѣдовательно CM перпендикулярна къ AB.

§ 96. ЗАДАЧА. *Изъ точки* C *назначить на землѣ линѣю параллельную непрїятельскому неприступному строенїю* AB. фиг. 68 я.

Рѣшен. I. *кольями.* Изъ точки C назнача на точки A и B линѣи CE и CF, сыщи по § 91 разстоянїе отъ C до A и отъ C до B; отмѣряй отъ C до F произвольную часть найденнаго разстоянїя CB, и такую же часть разстоянїя AC отмѣряй отъ C до E, такъ чтобы одинакїя части цѣлыхъ до рѣки не дохо-

дили; точки E и F соедини прямою линѣею EF; потомъ у точки C сдѣлавъ уголъ FCG=CFE (§ 82), назначь линѣю CG, которая будетъ параллельна непріятельскому строенію AB.

ДОКАЗ. Поелику уголъ ACB обѣимъ треугольникамъ ECF и ACB общій, и притомъ CE : CA = CF : CB по рѣшенію; по сему оные треугольники подобны (*Гео.* § 118) и уголъ CFE = CBA = FCG; слѣдовательно EF параллельна къ AB и параллельна къ CG (*Гео.* § 44).

Рѣшен. II. *астролабіею.* Назначивъ на землѣ произвольную линѣю CD за основаніе, вымѣряй уголъ ACD и ACB, вычти сей уголъ изъ ∠ACD, получится ∠BCD; потомъ вымѣрявъ уголъ BDC и ADC, по извѣстнымъ двумъ угламъ и линѣи CD треугольника DBC найдется величина бока BC; также въ треугольникѣ ADC по извѣстнымъ угламъ ACD, ADC и боку CD сыщется бокъ AC (§ 23); наконецъ по извѣстнымъ бокамъ AC, BC и углу ACB треугольника ABC сыскавъ величину угла ABC (§ 49), сдѣлай уголъ BCG=ABC, то назначенная на землѣ линѣя CG будетъ параллельна боку строенія AB (*Гео.* § 44).

Примѣч. Посредствомъ сей задачи назначаются мѣста, для построенія батарей, во время осады крѣпостей, которыя всегда должны быть параллельны съ лежащими въ виду крѣпостными линѣями, въ коихъ слѣдуетъ сдѣлать проломъ; потому что батареи всегда располагаются такъ, чтобы производимыя съ нихъ выстрѣлы, дѣлали съ лежащею противъ батарей стѣною AB прямой уголъ, дабы тѣмъ способнѣе ее разорить можно было.

§ 97. ЗАДАЧА. *Смѣрять высоту и длину горы* Q. фиг. 69 я.

Рѣшен. I. *кольями.* Поставя по длинѣ горы отвѣсно колья AD, EF, IG, HK, NS *и проч.* вЪ прямой линѣи, такЪ чтобы разстоянїе между ими не превосходило двухЪ или трехЪ саженЪ; потомЪ взявЪ прямой шестикЪ DE длиною 3хЪ саженЪ, положи одинЪ конецЪ онаго у точки E, а на средину онаго поставя уравнитель *x* (*фиг.* 37я), другой конецЪ D подымай до тѣхЪ порЪ, пока нить отвѣса будетЪ падать по назначенной на уравнителѣ линѣи *ab*; а по учиненїи сего смѣряй высоту кола AD до шестика, также и длину шестика DE, и сколько каждому будетЪ футовЪ и проч. запиши. Равнымъ образомЪ держа шестикЪ и вЪ положенїяхЪ FG, IH, HX, NO и проч, какЪ сказано, вымѣряй высоту кольевЪ EF и GI=CH до кола HK, стоящаго на вершинѣ горы, и длину шестиковЪ FG, IH, HX, NO и M*a*, величину ихЪ запиши; наконецЪ сложа записанные высоты кольевЪ AD, EF и GI=CH, получится высота HR горы; а по сложенїи всѣхЪ записанныхЪ разстоянїй, означающихЪ длину каждаго шестика получится длина AB горы Q.

Рѣшен. II. *астролабїею.* Поставя какЪ и прежде по длинѣ горы отвѣсно колья NS, M*b* и B*d*, поставь на вершинѣ горы надЪ точкою H астролабїю вертикально (§ 77), и направя неподвижной дїоптрЪ горизонтально на точку S; замѣть мѣломЪ, вЪ точкѣ *u*, на колѣ NS, высоту Hz астролабїи отЪ горизонта H до скважины неподвижнаго дїоптра z; потомЪ опуская тихонько одинЪ конецЪ подвижнаго дїоп-

тра, направъ оной на замѣченную точку u (*), и сосчитавъ число градусовъ и минутъ угла Szu и высоту отъ S до u, запиши; а по извѣстной линѣи Su и вымѣрянному углу Szu, найдется линѣя $Sz = RT$ (§ 40); послѣ сего поставя астролабію надъ точкою N въ такомъ же возвышеніи, какъ и прежде, и вымѣрявъ уголъ bue и высоту be, найдется разстояніе $bu = TU$ и такъ далѣе измѣряя углы и высоты найдутся разстоянія кольевъ до послѣдняго кола Bd; потомъ сложа всѣ высоты Su, be и dh, также и разстоянія ZS, ub и ed получится высота HR и первая часть RB длины горы Q; наконецъ такимъ же образомъ вымѣрявъ разстоянія кольевъ IH, FG и ED другой части длины AR горы Q, и сложа AR съ RB, получится длина AB горы Q.

Доказ. Поелику высота $Su = zm$, $be = rp$, $dh = pr$, и высота орудія $Hz = hB = rR$; по сему $Hz + Hm = zm = Hm + Rr$; слѣдовательно $Hm + mp + pr + Rr =$ высотѣ HR горы Q; также докажется, что $de + bu + Sz + IH + FG + ED = BU + UT + TR + RP + PL + LA =$ длинѣ AB горы Q.

Примѣч. I. Ежели при семъ случаѣ, измѣряемой на отвѣсной плоскости уголъ *на прим.* Szu будетъ такъ малъ, что мишени неподвижнаго діоптра, закрывъ волосокъ подвижнаго, препятствовать будутъ

(*) Естьли же гора весьма отлога, и колъ такъ далеко стоять будетъ, что замѣченной точки не видно будетъ, то въ такомъ случаѣ колъ перевязывается бѣлымъ платкомъ, такъ чтобы верхней онаго край, съ прорѣзомъ и волоскомъ неподвижнаго діоптра былъ въ прямой линѣи.

зрѣнію сквозь діоптрЪ, то снявЪ мишени сЪ неподвижнаго діоптра, поставь подвижной діоптрЪ сЪ неподвижнымЪ вЪ одной прямой линѣи, такЪ чтобы линѣя ихЪ направленія была вЪ горизонтальномЪ положеніи линѣи zS; потомЪ прикрѣпи кругЪ астролабической винтомЪ кЪ бакштабу, направь подвижной діоптрЪ на замѣченную точку *u* и сосчитавЪ отЪ неподвижнаго до подвижнаго діоптра число градусовЪ и минутЪ, уголЪ S*zu* вымѣрянЪ будетЪ.

Примѣч. II. ТакимЪ же образомЪ познается высота берега рѣки, или сочиняется разрѣзЪ (*Профиль*) онаго.

§ 98. ЗАДАЧА. ***Найти высоту башни*** AB, ***кЪ которой подойти можно.*** фиг. 70 я.

Рѣшен. I. ***кольями.*** На поверхности земной, сколько можно горизонтальной, избравЪ двѣ точки C и D сЪ срединою башни вЪ прямой линѣи, поставь отвѣсно два кола CE и DF такЪ, чтобы верхи E и F кольевЪ сЪ высочайшею точкою башни, были вЪ прямой линѣи; вычти высоту кола CE изЪ высоты кола DF, останется разность GF; потомЪ вымѣрявЪ разстоянія CD и CA, сдѣлай пропорцію CD или EG : GF = CA или EH : BH; а придавЪ кЪ сысканной высотѣ BH высоту кола EC, которая = AH; то получится требуемая высота башни AB.

Доказ. Ежели чрезЪ точку G, означающую разность кольевЪ, проведется линѣя EH, то оная будетЪ параллельна кЪ CA (*Гео.* § 42); а по сему треугольникЪ EGF будетЪ подобенЪ △EHB; ибо уголЪ E общій, уголЪ G = H и F = B; то для сего EG : FG = EH : BH (*Гео.* § 117); по сему HB + HA = BH + CE = AB.

Рѣшен. II. *астролабіею.* На ровномъ горизонтѣ съ башнею, поставя астролабію въ точкѣ С вертикально (§ 77), направь неподвижной діоптръ параллельно горизонту по линѣи ЕН, а подвижной направь на верхнюю точку В башни, чрезъ что вымѣрена будетъ величина угла НЕВ; потомъ смѣрявъ основаніе АС, которое будетъ равно ЕН, по извѣстному основанію ЕН и острому углу ВЕН, найдется высота ВН, чрезъ слѣдующую пропорцію: *син.* ЕВН : *син.*ВЕН = ЕН : ВН (§ 19); а придавъ къ найденной высотѣ ВН, высоту СЕ = НА орудія, получится требуемая высота АВ башни.

Прибавл. Можно высоту башни находить и по одному колу съ одногс мѣста, такимъ образомъ: въ солнечной день, выбравъ ровное мѣсто въ прямой линѣи съ падающею отъ башни тѣнью, поставь отвѣсно колъ DF такъ, чтобы конецъ тѣни падающей отъ башни, съ концемъ тѣни отъ кола соединились въ одну точку К; потомъ вымѣрявъ высоту кола DF, разстояніе DK, и длину тѣни АК башни, сдѣлай пропорцію: DK : АК = DF : АВ, чрезъ что найдется высота башни АВ (*Гео.* § 117). Весьма много въ семъ случаѣ употребляется простыхъ примѣровъ, но какъ они весьма ошибочны, то для того здѣсь и невключаются.

§ 99. ЗАДАЧА. *Найти длину отлогости пирамиды* АВ. фиг. 71я.

Рѣшен. астролабіею. Выбравъ два мѣста С и D, находящіеся со строеніемъ на ровномъ горизонтѣ, вымѣряй между ими разстояніе CD поставя надъ точкою D астролабію верти

кально, и направя неподвижнй діоптрѣ горизонтально по линѣи FG, вымѣряй уголѣ GFA; потомѣ поставя астролабію надѣ точкою С вѣ такомѣ же возвышеніи, и чтобы ось зрѣнія неподвижнаго діоптра, горизонтально направленнаго, упадала на ту же замѣченную точку G, вымѣряй уголѣ GEA; тогда и уголѣ EAF будетѣ извѣстенѣ; а по извѣстнымѣ угламѣ AEF, AFG и разстоянію CD=EF треугольника EFA, сыщется AF (§ 23); наконецѣ вымѣрявѣ посредствомѣ шнура разстояніе FG, получится треугольникѣ AFG, коего два бока AF, FG и между ими уголѣ AFG извѣстны, сыщется бокѣ AG (§ 49); напослѣдокѣ вымѣрявѣ BG придай кѣ найденной длинѣ AG, то получится требуемая длина AB отлогости пирамиды.

Прибавл. Естьли потребно будетѣ найти отлогость неприступной пирамиды или стѣны крѣпостнаго строенія; тогда слѣдуетѣ сверхѣ того, что показано вѣ задачѣ, вымѣрять углы GFB и GEB, потомѣ вѣ треугольникѣ EBF найти линѣю BF (§ 23); а напослѣдокѣ вѣ треугольникѣ AFB, по извѣстнымѣ бокамѣ AF и BF и заключающемуся между ими углу AFB, найдется отлогость AB.

§ 100. ЗАДАЧА. *Найти высоту* AB *неприступной башни* фиг. 72 я.

Рѣшен. 1. На ровной поверхности земли, избравѣ двѣ точки F и H поставь отвѣсно два кола LF, HG сѣ башнею вѣ прямой линѣи, такѣ чтобы верхи ихѣ G и L сѣ верхушкою башни A были вѣ прямой линѣи; потомѣ из-

бравъ еще двѣ точки K и C, съ точками H и F въ прямой линѣи, поставь колъ KI=LF, а другой CE, которой бы высотою равенъ былъ GH, поставь такъ, чтобы верхи ихъ E и I съ верхушкою A башни, были въ прямой линѣи. А когда представимъ себѣ, что линѣя ILO и EPN проведены параллельно горизонту CHB, то отъ сего будетъ IQ=LP; слѣдовательно смѣрявъ высоту каждаго кола CE и KI и разстоянія оныхъ FH, KC и HC, будетъ FH=GP, KC=EQ и HC=EG; потомъ вычтя высоту меньшаго кола CE изъ высоты большаго KI, останется разность IQ, также вычтя разстояніе GP изъ разстоянія EQ получится разность E*r*; сдѣлай слѣдующую пропорцію: E*r* : EG=IQ : AN; наконецъ когда къ найденной высотѣ AN придастся высота меньшаго кола CE или BN, то получится требуемая высота AB башни.

Доказ. Проведя мысленно линѣю I*r* параллельно къ LG, будетъ треугольникъ IQ*r*=LPG, потому что IQ=PL, уголъ *r*QI=GPL прямые, уголъ Q*r*I=PGL (*Гео.* § 43. *слѣд.* 1), по сему Q*r*=PG; слѣдовательно EQ—*r*Q=EQ—GP=E*r*: но какъ въ разсужденіи параллельныхъ линѣй *r*I, AG и общаго угла AEG, будетъ △IE*r* подобенъ △AEG, то для сего будетъ E*r* : EG=IQ : AN (*Гео.* § 117. *слѣд.* 3); слѣдовательно AN+NB= высотѣ AB башни.

Рѣшен. II. *астролабіею.* Выбравъ два мѣста H и C на ровномъ горизонтѣ съ башнею, и поставя астролабію надъ точкою H вертикально, вымѣряй уголъ NGA (§ 78); потомъ

поставя вѣ точку H колѣ, замѣть на ономѣ высоту орудія вѣ точкѣ G, и перенесши астролабію поставь оную надѣ точкою C вертикально, такѣ чтобы ось зрѣнія неподвижнаго діоптра, направленнаго параллельно горизонту, проходила чрезѣ замѣченную точку G, вымѣряй уголѣ AEN, тогда уголѣ EAG будетѣ извѣстенѣ; а вымѣрявѣ разстояніе CH будетѣ извѣстна EG (*Гео.* § 45). И такѣ вѣ треугольникѣ EGA по извѣстнымѣ угламѣ AEG, EAG и боку EG найдется AG, чрезѣ сію пропорцію, *син.*GAE : *син.*AEG=GE : AG (§ 21). Наконецѣ вѣ прямоугольномѣ треугольникѣ AGN, по извѣстному углу AGN, прямому углу ANG и боку AG, найдется высота AN, чрезѣ слѣдующую пропорцію: *r* : *син.* AGN=AG : AN; и слѣдовательно требуемая высота AB башни =AN+NB=AN+GH.

Прибавл. Высоту башни или дерева AB (*фиг.* 73), найти можно и посредствомѣ одного кола сѣ двухѣ мѣстѣ, такимѣ образомѣ: выбравѣ на ровномѣ мѣстѣ сѣ деревомѣ точку F, поставь перпендикулярно колѣ FC болѣе человѣческаго росту; отступи назадѣ кѣ точкѣ L такѣ, когда стоя, какѣ можно прямо вѣ точкѣ L, будетѣ смотрѣть чрезѣ верхѣ C кола FC, то бы лучь зрѣнія глаза E, касался точки C и верхней точки A дерева AB; потомѣ замѣтя на колѣ CF вѣ точкѣ D высоту глаза E, избери другую точку I сѣ коломѣ CF и деревомѣ AB вѣ прямой линѣи, поставь вѣ точкѣ I тотѣ же колѣ IG, и отшедѣ назадѣ кѣ M вѣ прямой линѣи сѣ коломѣ GI и деревомѣ AB, смотри стоя прямо изѣ K на верхѣ

G кола IG, чтобы лучь зрѣнія глаза K касался G и A; послѣ сего вымѣрявъ MI, LF, ML и высоту GH=CD, будетъ MI=KH, LF=ED, ML=KE; потомъ вычти разстояніе ED изъ HK, то есть вычти Hr равную ED изъ HK, останется rK, также вычтя ростъ LE человѣка до глаза E изъ высоты кола CF=IG останется CD=GH; наконецъ сдѣлавъ слѣдующую пропорцію: rK : KE=GH : AN; найденную высоту AN, сложи съ NB, которая равна EL=KM= росту человѣка, то получится высота AB дерева

Истинна сего рѣшенія, видна изъ предъидущей задачи.

Примѣч. Поелику какъ въ прежнихъ задачахъ, такъ и въ двухъ предъидущихъ, при равной погрѣшности въ углѣ *acb* (*фиг.* 74), разность истинной высоты по выкладкамъ найденной, зависитъ отъ угла *acb*; то въ разсужденіи сего надлежитъ разсмотрѣть, какое выгодное мѣсто избирать, откуда уголъ *acb* измѣрять должно? Положимъ, что при измѣреніи угла *acb* учинена ошибка на весьма малой уголъ *gcb*, такъ что раствореніемъ *cb* описанную дугу *bd*, принять можно за прямую линѣю, и что углы *cbd* и *gbd*: въ разсужденіи малости угла *bcg*, почесть можно прямыми; слѣдовательно будетъ уголъ *abc*=*bgd*, и для того въ треугольникѣ *gbd* будетъ $r : cин.dgb=bg : bd$, или $r : cин.abc=bg : bd$. Откуда видно, что при равной въ углѣ погрѣшности, найденная разность, тѣмъ будетъ меньше, чѣмъ уголъ *abc* будетъ больше, или уголъ *acb* будетъ меньше; по сему надлежало бы мѣсто *c* избирать, отъ измѣряемой высоты *ab* какъ возможно далѣе: но по елику весьма острые углы не столь способно и вѣрно мѣрять можно какъ посредственные; то для удовлетворенія обоимъ требованіямъ, надлежитъ выбирать мѣ-

сто такое, чтобы уголЪ *acb* не превышалЪ 30 градусовЪ.

§ 101. ЗАДАЧА. *Найти высоту строенія* AL, *стоящаго на горѣ.* фиг. 75 я.

Рѣшен. ВыбравЪ на ровномЪ горизонтѣ два мѣста C и D и смѣрявЪ между ими разстояніе CD, которое будетЪ =QP, сыщи по предЪидущей задачѣ высоту LG и высоту горы AG; потомЪ найденую высоту AG вычти изЪ LG, то получится требуемая высота AL строенія. Естьли же высота AG сложится сЪ высотою орудія PD=GB, то получится высота AB одной горы.

§ 102. ЗАДАЧА. *Найти высоту неприступной башни* AB, *стоящей перпендикулярно на униженномЪ горизонтѣ, сЪ наклоненной плоскости.* фиг. 76 я.

Рѣшен. На отлогости сколько можно ровной, выбравЪ два мѣста C и D вЪ прямой линѣи сЪ башнею, вымѣряй между ими разстояніе CD; поставь астролабію надЪ точкою C вертикально, а вЪ точкѣ D поставя отвѣсно колЪ, замѣть на немЪ высоту орудія точкою F; потомЪ направя неподвижной діоптрЪ перпендикулярно кЪ горизонту, а подвижной на основаніе башни B, вымѣряй уголЪ CEB, также вымѣряй углы BEA и AEF. На мѣсто астролабіи поставя колЪ CE, замѣть высоту орудія точкою E, и перенесши астролабію на мѣсто D, поставь вертикально такЪ, чтобы центрЪ ея находился вЪ точкѣ F, а ось зрѣнія неподвижнаго діоптра была бы вЪ прямой линѣи сЪ точкою E, вымѣряй уголЪ AFE; напослѣдокЪ вЪ

треугольникѣ AFE, по извѣстнымъ угламъ AEF, AFE и боку EF=CD, сыщется AE (§ 23); а по причинѣ перпендикулярныхъ линѣй EC и AB и параллельныхъ между собою, будетъ уголъ CEB=EBA; по сей причинѣ по извѣстнымъ угламъ AEB, ABE и линѣи AE найдется высота AB (§ 23).

§ 103. ЗАДАЧА. *Найти высоту башни* AB, *которой основаніе видно только изъ двухъ мѣстъ* C *и* D, *лежащихъ на разныхъ возвышеніяхъ и съ башнею не въ прямой линѣи.* фиг. 77 я.

Рѣшен. Вымѣрявъ разстояніе CD, поставь надъ точкою C астролабію, а въ точкѣ D перпендикулярно колъ, на которомъ замѣть высоту поставленнаго орудія точкою F; вымѣряй на наклоненной плоскости FBE уголъ FEB, на плоскости ABE уголъ AEB, и на плоскости AFE уголъ AEF. Потомъ поставя на мѣсто астролабіи колъ CE, замѣть на немъ высоту инструмента точкою E, и перенесши его на мѣсто D, поставь оной такъ, чтобы центръ находился въ точкѣ F, вымѣряй на наклоненной плоскости FAE уголъ EFA, а на плоскости BEF уголъ EFB; а потомъ въ треугольникѣ EAF, по извѣстнымъ угламъ AEF, EFA и линѣи EF=CD, найдется бокъ EA; а въ треугольникѣ BEF, по извѣстнымъ угламъ BEF, EFB и линѣи EF, сыщется бокъ BE. Наконецъ въ треугольникѣ BEA, по двумъ линѣямъ AE, BE и заключающемуся между ими углу BEA, найдется требуемая высота AB башни. § 49.

§ 104. ЗАДАЧА. *Узнать высоту башни* AB *изъ двухъ оконъ* E *и* F. фиг. 78 я.

Рѣшен. Поставя астролабію вертикально въ окнѣ E, направь неподвижной діоптръ параллельно горизонту, а подвижной на верхъ башни A, и чрезъ то вымѣряй уголъ AEC; потомъ перенеси астролабію въ нижнее жилье, вымѣряй уголъ AFD; смѣрявъ шнуромъ разстояніе EF, сложи уголъ AEC съ прямымъ угломъ FEC, получится уголъ AEF. Вычтя уголъ AFD изъ прямаго угла DFE, получится уголъ AFE. Напослѣдокъ въ треугольникѣ AEF, по двумъ угламъ AEF, AFE и линѣи EF сыщется бокъ AF (§ 23); а въ прямоугольномъ треугольникѣ ADF, по линѣи AF и углу AFD найдется AD, къ которой придавъ высоту FO=DB, получится высота башни AB.

§ 105. ЗАДАЧА. *Найти высоту неприступной башни* AB, *посредствомъ зеркала.* фиг. 79 я.

Рѣшен. Назнача по срединѣ поверхности зеркала воскомъ малинькую точку C, положи оное на землѣ горизонтально; держа позитуру перпендикулярно, отступи отъ онаго къ точкѣ D, такъ чтобы смотря въ зеркало, можно было глазомъ E, видѣть въ немъ верхъ башни A, у самой точки C, чрезъ уголъ ECD преломляющагося луча; потомъ перенеси зеркало въ F, которое бы съ башнею и точкою C было въ прямой линѣи, и положа оное горизонтально, отступи назадъ къ точкѣ G, изъ которой бы глазъ H, чрезъ уголъ GFH преломляющагося луча, могъ видѣть въ зеркалѣ верхъ башни A у точки F; вымѣрявъ же высоту GH своего

роста до глаза, и разстояніи DC, CF и GF, вычти DC изъ GF, останется IF; наконецъ сдѣлавъ пропорцію: IF : HG = FC : AB, найдется требуемая высота башни AB.

Доказ. Поелику изъ опытовъ извѣстно, что уголъ ACB паденія луча AC, равенъ углу DCE того же преломляющагося луча по линѣи CE; по сей причинѣ и уголъ AFB паденія луча AF, равенъ углу GFH преломленія луча по линѣи FH, и углы при B, D и G суть прямые; по сей причинѣ треугольники ACB, DCE, также и треугольники AFB, GFH будутъ подобны; но поелику треугольникъ DCE = ΔGIH, потому что DE = GH, DC = GI по положенію, и углы D и G прямые, по сему уголъ GIH = DCE = ACB; слѣдовательно и треугольникъ IFH подобенъ треугольнику CFA; ибо когда уголъ GIH = ACB, то будетъ и уголъ FIH = ACF (*Гео.* § 19. *слѣд*), уголъ HFI = AFC, а потому и уголъ IHF = CAF, и для того будетъ IF : FC = HG : AB.

§ 106. *Опредѣл.* *Планомъ* называется изображеніе *fghik*, какого либо мѣстоположенія ABCDE (*фиг.* 80), находящагося на землѣ, въ подобномъ и уменьшенномъ видѣ на бумагѣ представленное; котораго какъ бока, такъ и прочее положеніе мѣста уменьшено, въ произвольной величинѣ, по геометрическому размѣру.

§ 107. ЗАДАЧА. *Изобразить планъ мѣста* ABCDE, *у котораго всѣ бока и діогонали мѣрять можно.* фиг. 80 я.

Рѣшен. Поставя колья во всѣ углы многоугольника, снимаемаго съ земли на бумагу, смѣряй онаго бока AB, BC, CD, DE, EA и діо-

тонали АС и СЕ, и назначивъ притомъ на бумагѣ подобїе многоугольника, запиши величину всѣхъ вымѣрянныхъ линѣй; потомъ взявъ бѣлую бумагу начерти на оной размѣръ (Гео. § 129) такой величины, чтобы на бумагѣ по сему размѣру изображенїе даннаго мѣстоположенїя помѣститься могло; возьми съ размѣра линѣю *fk*, во столько саженъ и футовъ, сколько АЕ содержитъ въ себѣ подлинной мѣры; взявъ съ размѣра линѣю *fi* равну саженьми и футами дїогонали АС изъ точки *f* опиши дугу, и поставя ножку циркула въ точкѣ *k*, линѣею *kh*, которая по размѣру равна ЕС, опиши другую дугу; въ точку *h* сѣченїя ихъ проведя линѣи *fh* и *kh*, будетъ треугольникъ *fkh* подобенъ △АЕС. Также сдѣлай на линѣи *fh* треугольникъ *fhg* подобенъ АСВ, а на линѣи *kh* треугольникъ *khi* подабенъ ECD; наконецъ изобразя въ семъ многоугольникѣ всѣ тѣ предметы, кои имѣетъ данное мѣстоположенїе, получится требуемой планъ *fghik* даннаго на землѣ мѣста ABCDE.

Примѣч Сей способъ въ снесенїи на бумагу каждаго мѣстоположенїя, есть самый вѣрнѣйшїй и никакой погрѣшности произвести не могущїй, ежели только каждой бокъ и дїогональ снесеннаго на бумагу мѣстоположенїя, точно по размѣру столько будетъ имѣть саженъ и футовъ, сколько соотвѣтствующїй бокъ или дїогональ въ себѣ настоящихъ содержитъ.

§ 108. ЗАДАЧА. *Изобразить планъ мѣста* ABCDE, *у котораго боковъ вымѣрять не можно.* фиг. 81 я.

Рѣшен. I. *кольями.* Поставя во всѣ углы даннаго мѣста колья, выбери внутри онаго точку F, изъ которой бы всѣ поставленные колья были видны; вымѣряй AF, BF, CF, DF и FE; потомъ взявъ бѣлую бумагу, начерти размѣръ; сдѣлай на бумагѣ уголъ *hgi*=AFB (§ 76); взявъ съ размѣра столько саженъ и футовъ, сколько линѣя BF подлинной мѣры въ себѣ содержитъ, положи на линѣи *gh*; также положи по размѣру *gi* равну саженьми и футами линѣи FA, точки *i* и *h* соедини прямою линѣею *ih*; потомъ сдѣлай уголъ *hgk*=BFC и линѣю *gk* по размѣру равну саженьми и футами настоящей линѣи FC; точки *h* и *k* соедини прямою линѣею *hk*, и такъ поступая далѣе до окончанiя, составится планъ *ihklm* мѣста ABCDE.

Рѣшен. II. *астролабiею.* Поставя астролабiю въ точкѣ F, вымѣряй около оной всѣ углы AFB, BFC и проч. и всѣ линѣи AF, FB, FC, FD и FE; потомъ взявъ бѣлую бумагу, назначь транспортиромъ углы *hgi*, *hgk* и проч. равны вымѣряннымъ угламъ AFB, BFC и проч.; положи по размѣру линѣи *gi*, *gh*, *gk*, *gl* и проч. которыя бы равны были саженьми и футами вымѣряннымъ подлиннымъ линѣямъ AF, FB, FC и проч.; а напослѣдокъ концы назначенныхъ линѣй соедини прямыми линѣями, то получится требуемой планъ *ihklm* мѣста ABCDE.

Примѣч. Ежели при сочиненiи такого плана требуется точной вѣрности, то должно въ треугольникѣ AFB, по двумъ бокамъ AF и FB составляющимъ извѣстной уголъ AFB, найти линѣю AB; также въ треугольникѣ BFC линѣю BC; равнымъ образомъ и

линѣи DC, ED и EA; потомъ уже оной многоугольникъ снести на бумагу, какъ въ предъидущей задачѣ показано.

§ 109. ЗАДАЧА. *Сочинить планъ положенiя болота или озера Q и вычислить сколько въ немъ десятинъ.* фиг. 82 я.

Рѣшен. Выбравъ двѣ точки B и A близь болота, поставь въ нихъ колья, такъ чтобы назначаемая между ими прямая линѣя AB мимо болота проведена быть могла; при измѣренiи сей линѣи чрезъ всякiя 5 или 10 саженъ, поставляй на оной, до берегу болота перпендикуляры 1, 2, 3, 4 и проч. Потомъ продолжа линѣю BA на 3 или болѣе саженъ до m, и поставя въ точкѣ D колъ, вымѣряй наружной уголъ DAm, и линѣю AD съ ея перпендикулярами 1, 2, 3 и проч. Также продолжа AD на 3 или болѣе саженъ до k и поставя въ точкѣ E колъ, вымѣряй какъ наружной уголъ EDk, такъ и линѣю ED съ поставленными на ней до болота перпендикулярами; равнымъ образомъ, вымѣряй входящiй уголъ DEF и назначенную линѣю EF съ ея перпендикулярами, и такъ продолжая далѣе измѣренiе наружныхъ угловъ и линѣй назначаемаго около болота многоугольника, величину каждаго измѣренiя запиши. Потомъ взявъ для начертанiя плана бѣлую бумагу, начерти на ней подлежащей размѣръ, и проведя линѣю tz, положи на ней отъ t до v по размѣру столько саженъ и футовъ, сколько подлинная линѣя BA оныхъ въ себѣ содержитъ; назнача транспортиромъ уголъ $zvq = \angle DAm$, положи по размѣру линѣю vx равну вымѣрянной линѣи AD;

назначь уголъ $rxs = kDn$, положи по размѣру на линѣю xe, столько саженъ и футовъ, сколько линѣя DE оныхъ содержитъ, и такъ далѣе пока совершится многоугольникъ, подобной назначенному около болота. Послѣ сего какъ на боку tv, такъ и на всѣхъ прочихъ назначеннаго многоугольника, поставь перпендикуляры, въ такомъ другъ отъ друга разстояніи, какое оныхъ разстояніе на полѣ полагаемо было, и положа величину каждаго по размѣру равно настоящимъ, проведи чрезъ концы ихъ кривую линѣю, съ учиненнымъ при измѣреніи каждаго бока абрисомъ сходную, то получится планъ даннаго болота.

А дабы найти площадь болота, то изображенной на бумагѣ планъ $xvtg$, раздѣли въ треугольники линѣями vg, ve, eg и проч. изъ одного угла въ другой преведенными; опусти на оныя линѣи перпендикуляры tn, xm, ea и проч. и вымѣрявъ основаніе и высоту каждого треугольника по тому же размѣру, по коему сочиненъ планъ, сыщи площадь треугольника tvg, vge и проч; а сложа оныя вмѣстѣ получится площадь многоугольника $vxegt$ около болота назначеннаго; потомъ надлежитъ сыскать площадь всякой смѣшаннолинѣйной плоскости внѣ болота, при каждомъ бокѣ находящейся, такимъ образомъ: ежели будетъ плоскость подобная A, то раздѣли ab на ровныя части, и вымѣрявъ по размѣру всѣ перпендикуляры c, n, m и проч. сумму ихъ умножь одною величиною изъ равныхъ частей h, то получится площадь фигуры A. Для сысканія же площади

фигуры Q, слѣдуетъ сумму внутреннихъ перпендикуляровъ n, m, d и p сложа съ половинною суммы наружныхъ a и r умножить величиною части h. Естьли же площадь фигуры будетъ подобна B, то сумму перпендикуляровъ g, n, m и проч, съ половиною перпендикуляра r, умножъ величиною части q. Потомъ сыскавъ такимъ образомъ площадь всякой смѣшаннолинѣйной плоскости, находящейся внѣ болота, сумму сихъ плоскостей вычти изъ плоскости многоугольника $xgtv$, то получится требуемая плоскость болота Q въ квадратныхъ саженяхъ; наконецъ раздѣли оную на 2400 квадратныхъ саженъ, составляющихъ плоскость десятины, частное число будетъ означать число десятинъ болота Q.

Доказ. На сысканныя плоскости смѣшаннолинѣйныхъ фигуръ A, Q и B. Поелику части кривыхъ линѣй, соединяющія концы перпендикуляровъ c, n, m и проч, въ разсужденіи близкаго другъ отъ друга разстоянія, можно безъ всякой погрѣшности почитать прямыми линѣями, по сей причинѣ смѣшаннолинѣйныя плоскости A, Q и B состоятъ изъ прямоугольныхъ треугольниковъ и трапецій. И такъ естьли величина каждаго перпендикуляра, поставленнаго на линѣи ab, означимъ буквою c, n, m. d p и проч. а равныя ихъ разстоянія буквою h; то въ фигурѣ A, будетъ площадь треугольника 1го$=\frac{c\times h}{2}$ (*Гео.* § 162. *слѣд.*), площадь трапеціи 2й$=(\frac{c+n}{2})\times h=\frac{n\times h+m\times h}{2}$, 3й$=(\frac{n+m}{2})\times h=\frac{n\times h+m\times h}{2}$, 4й $=(\frac{m+d}{2})\times h=\frac{m\times h+d\times h}{2}$, 5й$=(\frac{d+p}{2})\times h=\frac{d\times h+p\times h}{2}$ (*Гео.* § 168), 6го$\Delta=\frac{p\times h}{2}$ и сумма всѣхъ сихъ плоско-

стей $=\frac{2c.h+2n.h+2m.h+2d.h+2p.h}{2}=c.h+n.h+m.h+d.h+p.h=(c+n+m+d+p)\times h$, то есть сумма перпендикуляровъ умноженная одною изъ равныхъ частей h, равна смѣшаннолинѣйной плоскости A. Въ фигурѣ Q, плоскость трапецію 1й$=(\frac{a+n}{2})\times h=\frac{a\times h+n\times h}{2}$, 2й$=(\frac{n+m}{2})\times h=\frac{n\times h+m\times h}{2}$, 3й $=(\frac{m+d}{2})\times h=\frac{m\times h+d\times h}{2}$, 4й$=(\frac{d+p}{2})\times h=\frac{d\times h+p\times h}{2}$, 5й$=(\frac{p+r}{2})\times h=\frac{p\times h+r\times h}{2}$; и сумма сихъ плоскостей $=\frac{a.h+2n.h+2m.h+2d.h+2p.h+r.h}{2}=(n+m+d+p+\frac{a+r}{2})\times h$, то есть сумма среднихъ съ полусуммою крайнихъ перпендикуляровъ, умноженная одною изъ равныхъ частей h, равна плоскости фигуры Q. Такимъ же образомъ докажется истинна рѣшенія и третіей фигуры B.

Примѣч. При снятіи какого либо мѣста на планъ, не рѣдко случается, продолжать линѣи чрезъ болотистыя поросшія лѣсомъ и тому подобнымъ мѣста, такъ что окончательной точки, которая бы съ продолжаемою линѣею была въ прямой линѣи, опредѣлить не можно; то какимъ образомъ въ семъ случаѣ поступать должно, слѣдующее предложеніе откроетъ намъ надлежащее правило.

§ 110. ЗАДАЧА. *Найти въ лѣсу или внѣ онаго точку, которая бы съ продолжаемою линѣею* AB *была въ прямой линѣи.* фиг. 83.

Рѣшен. I. Ежели мѣстоположеніе не велико, то поставя астролабію надъ точкою B, назначь перпендикуляръ BD; потомъ выбравъ на сей линѣи точку D, изъ которой бы проведенная линѣя DE, перпендикулярно къ BD, пройти могла мимо заключающагося въ лѣсу боло-

та; назначь на землѣ линѣю DE перпендикулярно къ BD; на которой также выбравъ точку E, чтобы далѣе въ лѣсъ видно было, назначь перпендикуляръ EG; а наконецъ отмѣрявъ отъ точки E до F столько саженъ и футовъ, сколько въ себѣ линѣя BD заключаетъ, получится требуемая точка F въ прямой линѣи съ точками A и B.

Доказ. Поелику для прямыхъ угловъ B и D, линѣя AB параллельна къ DE (*Гео.* § 44), и перпендикулярныя BD и EF суть равны между собою по положенію; по сему BF параллельна къ DE; слѣдовательно уголъ DBF прямой, и линѣя ABF прямая.

Рѣшен. II. Ежели мѣстоположеніе простирается на довольное разстояніе (*фиг.* 84), тогда надлежитъ сдѣлать отъ точки B, около непроходимаго мѣста нѣсколько поворотовъ, такъ чтобы при послѣднемъ поворотѣ далѣе въ нутрь лѣса видѣть можно было: *на прим.* до точки H; наблюдая притомъ, чтобы при каждомъ поворотѣ всѣ углы ABC, BCD и проч. измѣряемы были астролабіею на горизонтальной плоскости елико возможно вѣрнѣе, также и линѣи BC, CD и проч. вѣрно измѣрены были; потомъ нанеся всѣ оныя углы и линѣи исправно на бумагу, какъ въ § 109 показано было, получится планъ GHIKLM (*фиг.* 85) обойденнаго мѣстоположенія ABCDGH; продолжа линѣю GH сего плана, пока пересѣчется съ линѣею LM въ точкѣ N, вымѣряй LN по тому же размѣру, по которому наложенъ планъ; наконецъ отмѣрявъ на полѣ, отъ точки G до P (*фиг.* 84)

столько саженъ и футовъ, сколько на бумагѣ вымѣрянная LN въ себѣ содержитъ, получится требуемая точка P въ прямой линѣи съ точками A и B.

Прибавл. I. Поелику на дѣйствительную вѣрность сего послѣдняго способа положится ся не можно; то для опредѣленія требуемой точки P надлежитъ употребить тригонометрическія выкладки: сперва по извѣстнымъ двумъ бокамъ BC и CD и углу BCD исправно вымѣряннымъ, треугольника CBD, надлежитъ найти линѣю BD и углы CBD и CDB (§ 49); потомъ вычтя ∠CDB изъ вымѣряннаго ∠CDG получится уголъ BDG; по сему извѣстному углу и бокамъ BD и DG сыщется бокъ BG и углы DBG и BGD, которой вычтя изъ угла DGH получится уголъ BGH; естьли же сей уголъ вычтется изъ суммы угловъ ABC+CBD+DBG, то получится уголъ BPG (*Гео.* § 48. *слѣд.* 1); напослѣдокъ по извѣстнымъ двумъ угламъ BGP, BPG и боку BG треугольника BPG, сыскавъ *бокъ* GP (§ 23); отмѣряй на полѣ отъ G до P столько саженъ и футовъ, сколько оному по выкладкамъ найдется, то получится требуемая точка P, съ точками A и B въ прямой линѣи.

Прибавл. II. Второе рѣшеніе показываетъ способъ, какимъ образомъ назначивается, отъ данной точки B чрезъ лѣсъ, къ данному мѣсту P проспектъ; ибо въ такомъ случаѣ исправно вымѣрявъ съ одной стороны всѣ углы BCD, CDG, DGP и линѣи BC, CD, DG и GP окружающія данное мѣсто, найдется уголъ CBP

какъ въ предъидущемъ прибавленіи показано; потомъ поставя астролабію надъ точкою B, и направя неподвижной діоптръ на колъ C, а подвижной на столько градусовъ, сколько оныхъ уголъ CBP имѣть будетъ, продолжи прямую линѣю BP просѣкая лѣсъ, въ прямой линѣи съ подвижнымъ діоптромъ; наконецъ прикажи разчистить лѣсъ по обѣ стороны продолженной линѣи BP, въ такомъ разстояніи отъ оной, какая широта проспекта потребна, то получится требуемой проспектъ.

Примѣч. Такимъ же образомъ какъ въ первомъ рѣшеніи показано, сыскивается желаемая точка, въ прямомъ положеніи съ продолжаемою линѣею. которой закакимъ либо строеніемъ не видно.

О Мензулѣ или Геометрическомъ столикѣ и о употребленіи онаго.

§ III. *Опредѣл.* ***Мензула*** или ***Геометрической столикъ*** есть орудіе, составляющееся изъ продолговатой четвероугольной доски ABCD, на которую для измѣренія разстояній и угловъ, накладывается мѣдная линѣйка съ діоптрами; а иногда для познанія странъ свѣта къ сему столику или къ діоптрамъ онаго, придѣлывается компасъ *x. фиг.* 86.

Примѣч. Геометрической столикъ ABCD дѣлается изъ крѣпкаго сухаго дерева толщиною въ одинъ дюймъ, длиною около $1\frac{1}{2}$, а шириною въ 1 футъ, дабы на поверхность онаго, обыкновенной листъ бумаги наложить можно было. Для прикрѣпленія сего листа къ поверхности столика, накладывается на края онаго

пальмоваго дерева въ полдюйма толщиною четвероугольная рамка ABCD; на поверхности которой съ обѣихъ сторонъ назначаются градусы, коихъ не одинакія центры *a* и *e* укрѣпляющіяся на поверхности доски суть мѣдные. Въ срединѣ подъ доскою привинчивается мѣдная трубка, накладывающаяся со столикомъ на бакштабъ, и съ онымъ налагается и пришурупливается къ треногу NKLM, котораго каждая ножка K, L и M привинчивается къ четвертой средней треугольной подставкѣ N, дабы способнѣе столикъ вертикально поставить можно было.

§ 112. *Опредѣл. Центромъ* **столика** называется точка *r* падающая отвѣсно въ назначенную точку *q* снимаемаго мѣста съ земли на бумагу. *фиг.* 86 я.

Прибавл. Для назначенія на столикѣ центра, которой бы соотвѣтствовалъ назначенной на землѣ точкѣ, привѣшивается на одномъ концѣ *t* сдѣланнаго изъ крѣпкаго пальмаваго дерева или мѣди крюка *v* отвѣсъ *th*, а на отрѣзѣ другаго верхняго конца *r* сего крюка прямо противъ отвѣса, назначивается линѣя. Сей крюкъ по установленіи столика горизонтально, какъ сказано было въ § 72, накладывается на доску, и подвигается по поверхности онаго до тѣхъ поръ, пока прикрѣпленная къ нижнему концу *t* гирька *h* будетъ падать въ назначенную на землѣ точку *q*, тогда на отрѣзѣ верхняго конца *r* назначенная линѣя, покажетъ центръ столика. Къ сему центру прилагается для измѣренія высотъ и разстояній мѣдная линѣйка *bd* съ придѣланными по концамъ ея перпендикулярными мишеньми, какіе описаны были при астролабіи; кои вмѣстѣ съ линѣйкою со.

ставляютъ подвижной діоптръ. Иногда за неимѣніемъ мѣдной линѣйки, берется простая деревянная исправная линѣйка съ подобными придѣланными къ ней мишеньми, или просто съ воткнутыми перпендикулярно по концамъ оной булавками.

§ 113. ЗАДАЧА. *Назначить на геометрическомъ столикѣ центръ, и поставить оной такъ, чтобъ центръ столика соотвѣтствовалъ точкѣ снимаемаго мѣста.* фиг. 86 я.

Рѣшен. Наложа на поверхность столика обыкновенной бѣлой листъ бумаги, прикрѣпи оной рамкою ABCD, чтобы на доскѣ лежалъ гладко; потомъ наложа столикъ на треногъ, приведи оной въ горизонтальное положеніе; взявъ крюкъ *vrt* съ гирькою *h*, наложи съ краю столика, которой ближе прочихъ соотвѣтствуетъ на землѣ точкѣ *q*, такъ чтобъ, гирька *h* падала въ точку *q*. Напослѣдокъ прямо противъ назначенной на отрѣзѣ верхняго конца *r* линѣйки, назначь на бумагѣ точку *r*, которая будетъ желаемой центръ столика, соотвѣтствующій назначенной на землѣ точкѣ *q*.

Примѣч. I. При сниманіи фигуры съ земли на бумагу, геометрической столикъ въ горизонтальное положеніе приводится поглазомѣру; а для исправнѣйшаго при съемѣ мѣстъ наблюденія, ставится оной горизонтально такимъ образомъ, какъ при установленіи астролабіи сказано было § 72.

Примѣч. II. Ежели на рамкахъ геометрическаго столика будутъ назначены градусы, и для познанія странъ свѣта пріобщенъ компасъ *x*: то оной въ разсужденіи его способности при съемѣ небольшихъ только мѣстъ съ земли на бумагу, удобнѣе употреб-

ляемъ быть можетъ, нежели астролабія; при томъ же строеніе онаго простѣе и не столь великаго требуетъ иждивенія, какъ астролабія.

§ 114. ЗАДАЧА. *Найти разстояніе двухъ предметовъ* В *и* С, *между коими находится озеро.* фиг. 87я.

Рѣшен. Избравъ мѣсто А, изъ котораго бы къ В и С ходить и разстояніе АВ и АС мѣрять можно было, и наложа на столикъ бѣлой листъ бумаги, поставь его надъ точкою А, чтобы поверхность онаго была горизонтальна, назначь на столикѣ центръ *a*, соотвѣтствующей назначенной на землѣ точкѣ А; изъ центра *a* столика направя линѣйку съ діоптромъ на предметы С и В, проведи подлѣ линѣйки изъ *a* карандашемъ на бумагѣ линѣи; смѣряй разстояніе АВ и АС, сколько будетъ каждому саженъ и футовъ, столько взявъ цыркулемъ съ приуготовленнаго размѣра, положи отъ *a* до *b* и отъ *a* до *c*; проведи линѣю *bc*, которую взявши циркулемъ смѣряй по томужъ размѣру; сколько оная покажетъ саженъ и футовъ, столько оныхъ и разстояніе ВС въ себѣ содержать будетъ.

Доказ. Поелику треугольникъ *abc* подобенъ АВС, по сему $ab : bc = AB : BC$, то есть части съ размѣра взятыя, содержатся къ такимъ же частямъ составляющимъ линѣю *bc*, какъ настоящая мѣра линѣи АВ, къ настоящей мѣрѣ линѣи ВС.

Примѣч. При назначиваніи на геометрическомъ столикѣ карандашемъ линѣй, надлежитъ остерегаться, дабы на оной не опираться. ибо отъ сей неосто-

рожности могутъ произойти чувствительныя погрѣшности. Ко употребленію сего орудія, должно имѣть многіе размѣры, которые за благовременно на особливомъ листѣ бумаги или на мѣдной линѣйкѣ діоптровъ, различной величины пріуготовляются, изъ коихъ при начатіи дѣла, способной по его величинѣ съ пользою и употребляется.

§ 115. ЗАДАЧА. *Найти разстояніе отъ приступнаго предмета* А, *до неприступнаго* В. фиг. 88 я.

Рѣшен. Назначивъ отъ А линѣю АС, поставь въ С колъ; наложа на столикъ листъ бѣлой бумаги, поставь оной надъ точкою А горизонтально; сыщи посредствомъ отвѣса центръ столика *a*, соотвѣтствующій назначенной на землѣ точкѣ А; направь изъ *a* линѣйку съ діоптромъ прямо на колъ С, проведи по поверхности бумаги карандашемъ линѣю; вымѣряй АС, сколько оной будетъ саженъ и футовъ, столько положи по размѣру отъ *a* до *c*; потомъ оставя столикъ въ томъ же положеніи, направь линѣйку съ діоптромъ изъ центра *a* на предметъ В, проведи карандашемъ линѣю *ab*. Снявъ столикъ съ мѣста А поставь колъ, а столикъ надъ точкою С, гдѣ стоялъ колъ такъ поставь, чтобы точка *c* соотвѣтствовала назначенной на землѣ точкѣ С, а линѣя *ac*, простиралась бы по прямой линѣи СА на колъ А; направя изъ *c* линѣйку на предметъ В, проведи линѣю *cb* взявъ разстояніе *ab* циркулемъ смѣряй по размѣру, съ котораго взято разстояніе *ac*, сколько *ab* покажетъ саженъ и футовъ, столько будетъ требуемому разстоянію АВ.

Примѣч. Поелику для лучшей способности, размѣры чертятся на бумагѣ или на мѣдной линѣйкѣ діоптровъ геометрическіе: то для тѣхъ же причинъ, и чтобы избѣгнуть чувствительныхъ погрѣшностей, надлежитъ мѣряемыя на землѣ линѣи приводить въ мѣру геометрическую, и исчисляя футами, полагать оныя на столикъ по размѣру; естьлижъ потребно будетъ знать сколько сысканное въ футахъ разстояніе содержитъ въ себѣ саженъ и прочая, то оное безъ всякаго труда найти можно.

§ 116. ЗАДАЧА. *Найти длину фаса* BC *бастіона* X *и широту* AB *главнаго рва* фиг. 89 я.

Рѣшен. Нашедши точку D въ прямой линѣи съ фасомъ BC, назначь отъ D линѣю DE соразмѣрной величины, и чтобы изъ E, видны были точки A, B и C и смѣрявъ DE, поставь столикъ надъ точкою D горизонтально, а въ E поставь отвѣсно колъ; сыщи центръ столика *d*, соотвѣтствующій точкѣ D; направя изъ *d* линѣйку на колъ E, проведи карандашемъ линѣю; взявъ съ размѣра разстояніе равномѣрою линѣи DE, положи отъ центра *d* до *e*; направя діоптръ изъ *d* въ прямой линѣи съ фасомъ BC, проведи линѣю; потомъ снявъ столикъ, поставь въ точкѣ D колъ, а столикъ поставь горизонтально, гдѣ стоялъ колъ E, такъ чтобы точка *e* соотвѣтствовала назначенной на землѣ точки E, и линѣя *ed* была бы въ прямой линѣи съ коломъ D; направь линѣйку на C, B и A, проведи линѣи *ec*, *eb* и *ea*; смѣряй по размѣру линѣю *bc*, сколько оная будетъ содержать въ себѣ футовъ, столько оныхъ будетъ и въ фасѣ BC; а по измѣреніи *ab*, найдется широта рва AB.

Примѣч. Хотя здѣсь и показывается способъ, какимъ образомъ сыскивается широта рва; но какъ ровъ обыкновенно прикрывается отлогимъ возвышеннымъ гласисомъ, то края рва видѣть не можно, кромѣ какъ съ высокаго мѣста; слѣдовательнѣ сей способъ не всегда съ пользою употребленъ быть можетъ.

§ 117. ЗАДАЧА. *Найти разстояніе двухъ неприступныхъ предметовъ* A *и* B. фиг. 90я.

Рѣшен. Назначивъ линѣю CD, чтобы изъ точекъ C и D предметы A и B видѣть было можно, смѣряй CD; поставя столикъ надъ точкою C горизонтально, а въ точкѣ D колъ, назначь на столикѣ центръ *c*, соотвѣтствующій назначенной на землѣ точкѣ C, направя линѣйку на колъ D, проведи на бумагѣ карандашемъ линѣю; потомъ направя діоптръ на предметы A и B, проведи линѣи; взявъ съ размѣра величину линѣи CD положи отъ центра *c* до *d*; потомъ снявъ столикъ съ мѣста C, поставь его горизонтально надъ точкою D, такъ чтобы точка *d*, соотвѣтствовала назначенной на землѣ точкѣ D, а линѣя *dc* была бы въ прямой линѣи съ коломъ C; направь діоптръ изъ *d* на предметы A и B проведи линѣи *bd*, *da* и *ba*; взявъ циркулемъ разстояніе *ab*, положи на размѣръ, сколько на немъ окажется футовъ, столько будетъ оныхъ имѣть и разстояніе AB.

§ 118. ЗАДАЧА. *Приступное мѣсто* BCF, *изъ точки a снять и изобразить оное на бумагѣ.* фиг. 91я.

Рѣшен. Поставя во всѣхъ углахъ даннаго мѣста колья, избери точку *a*, изъ которой бы всѣ колья видѣть и столикъ надъ оною по-

ставить можно было; направя изъ центра *a* столика, соотвѣтствующаго назначенной на землѣ точкѣ, линѣйку на колъ B, проведи карандашемъ линѣю; смѣряй разстояніе *a*B, и сколько оному будетъ футовъ, положи столькожъ футовъ по размѣру на столикъ отъ *a* до *n*; такимъ же образомъ назначивъ вымѣрянныя линѣи *a*C, *a*D, *a*E, *a*F и *a*G на столикѣ по размѣру, какъ здѣсь означены *am*, *ao*, *ar*, *as* и *at*; наконецъ точки *n*, *m*, *o*, *r*, *s* и *t* соедини прямыми линѣями *nm*, *mo*, *or*, *rs*, *st* и *tn*, то получится требуемой планъ даннаго мѣста BCDEFG.

§ 119. ЗАДАЧА. *Мѣсто* ABDF, *котораго всѣ углы изъ двухъ мѣстъ* A *и* B *видны, а внутри онаго ходить и мѣрять не можно, изобразить на бумагѣ.* фиг. 92я.

Рѣшен. Поставя во всѣхъ углахъ отвѣсно колья, поставь столикъ надъ точкою A горизонтально, и назначивъ на ономъ центръ *n*, направь линѣйку на колъ F, E, D, C и B; проведи изъ центра *n* по поверхности столика карандашемъ линѣи; смѣряй AB, сколько она будетъ содержать въ себѣ футовъ, столько возьми съ размѣра и положи отъ *n* до *m*; перенеся столикъ поставь надъ точкою B горизонтально такъ, чтобы центръ *m* соотвѣтствовалъ точкѣ B, а линѣя *nm* была бы въ прямой линѣи съ линѣею AB. Потомъ направя линѣйку изъ *m* на колъ F, E, D и C, проведи карандашемъ линѣи; точки сѣченія сихъ линѣй съ первыми, соедини прямыми линѣями, то будетъ данное мѣсто ABDF изображено на бумагѣ.

§ 120. ЗАДАЧА. *Снять на бумагу мѣсто* ABCDE, *въ которомъ изъ одного или двухъ мѣстъ угловъ не видно.* фиг. 93 я.

Рѣшен. Поставя въ точкахъ F и B по колу, а столикъ надъ точкою A горизонтально, чтобы центръ онаго *a* соотвѣтствовалъ точкѣ A снимаемаго мѣста; направь изъ *a* линѣйку на колъ B, проведи *ab* равную по размѣру саженьми и футами линѣи AB; взявъ мѣру линѣи AH положи отъ *a* до *h*; при чемъ сдѣлай на бумагѣ, лежащей на столикѣ, естественному мѣстоположенію, находящемуся при линѣяхъ AB и AH карандашемъ абрисъ. Снявъ столикъ съ мѣста A поставь колъ, а столикъ надъ точкою B горизонтально, чтобы точка *b* соотвѣтствовала точкѣ B, линѣя *ab* простиралась прямо на колъ A; потомъ не трогая столика, направь линѣйку изъ *b* на колъ C, и проведя линѣю, положи съ размѣра величину линѣи BC, отъ *b* до *c*; что учиня сдѣлай, какъ и прежде прикосновенному къ линѣи BC мѣстоположенію, на столикѣ абрисъ. Снявъ столикъ съ мѣста B, поставь горизонтально надъ точкою C, чтобы точка *c* соотвѣтствовала точкѣ C, а линѣя *bc* была бы въ прямой линѣи съ линѣею CB; не трогая столика направь линѣку изъ *c* на колъ D, проведи карандашемъ линѣю *cd* равную саженьми и футами линѣи CD, при которой сдѣлай также абрисъ Потомъ вымѣрявъ линѣю DE и EH, и взявъ съ размѣра циркулемъ мѣру линѣи DE, поставя ножку онаго въ *d* опиши на столикѣ дугу, а мѣрою линѣи EH взятою съ размѣра, поставя ножку цирку-

ла въ *h* опиши другую дугу; въ точку сѣченія *e* проведи *de* и *eh*, при концѣ назначь карандашемъ все то, что въ натуральномъ положеніи мѣста находится, получишь черной планъ даннаго мѣста ABCDEH, по которому бѣлой сдѣлать уже не трудно.

Примѣч. Ежели мѣстоположеніе будетъ велико, такъ что и по малѣйшему размѣру на столикѣ помѣститься не можетъ: въ такомъ случаѣ надлежитъ снимать на планъ, по одному или по два бока фигуры; или короче сказать столько боковъ фигуры столикомъ снимать должно, сколько оныхъ на листѣ бумаги положенномъ на поверхности столика помѣститься можетъ; а по окончаніи дѣйствія, надлежитъ всѣ листы сходственными боками соединить вмѣстѣ, чрезъ что составится требуемой планъ даннаго мѣстоположенія.

§ 121. ЗАДАЧА. *Поставить столикъ вертикально.* фиг. 86 я.

Рѣшен. Для вертикальнаго постановленія геометрическаго столика, и чтобы діоптры были мысленному горизонту параллельны; надлежитъ воткнуть въ градусные центры столика *a* и *e* или между рамкою и доскою столика двѣ булавки, и привести оной въ отвѣсное положеніе такимъ образомъ: взявъ нить отвѣса, установить столикъ такъ, чтобы поверхность онаго была параллельна нити отвѣса, а край доски въ прямой линѣи съ отвѣсомъ; то поставленной симъ образомъ столикъ будетъ въ вертикальномъ положеніи; и естьли на воткнутыя двѣ булавки положится линѣйка съ діоптромъ, то средняя оной линѣя будетъ параллельна горизонту.

§ 122. ЗАДАЧА. *Узнать высоту башни* AB, *къ которой подойти можно.* фиг. 94 я.

Рѣшен. Избравъ мѣсто D, которое бы съ башнею было на ровномъ горизонтѣ, и чтобъ верхъ башни видѣть было можно, поставь столикъ въ вертикальномъ положеніи при D; сыщи по отвѣсу на столикѣ центръ *d* соотвѣтствующій точкѣ D, направь линѣйку изъ центра *d* параллельно горизонту, проведи карандашемъ горизонтальную линѣю *dc*; потомъ нетрогая столика направь линѣйку изъ *d* на верхъ башни B, проведи линѣю; вымѣрявъ разстояніе AD, возьми циркулемъ съ размѣра столько футовъ, сколько AD въ себѣ содержитъ, положи отъ *d* до *c*; изъ точки *c* поставя перпендикуляръ *cb*, смѣряй его по размѣру и сколько оному будетъ футовъ, столько оныхъ будетъ въ высотѣ BC; а придавъ къ тому высоту *d*D или CA, получится высота башни AB.

§ 123. ЗАДАЧА. *Найти высоту неприступной башни* AB. фиг. 95 я.

Рѣшен. Избравъ двѣ точки D и G съ башнею на ровномъ горизонтѣ, и чтобы верхъ башни B видѣть было можно, поставь столикъ вертикально, и направя линѣйку съ діоптромъ параллельно горизонту, изъ центра *e*, находящагося на горизонтальной линѣи *en*, опусти отвѣсъ въ точку D; потомъ не поворачивая столика и направя линѣйку изъ *e* на верхъ башни B, проведи карандашемъ линѣю; взявъ мѣру линѣи DG съ размѣра, положи отъ *e* до *n*. Снявши столикъ съ мѣста D, поставь его вертикально надъ точкою G, чтобы точка *n* со-

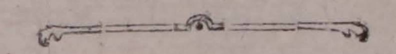
отвѣтствовала точкѣ G, а линѣя *en* была бы параллельна DG; направь линѣйку изъ *n* на верхъ башни B, и проведя карандашемъ линѣю *nr*; изъ точки *r* опусти перпендикуляръ *ro*; которой смѣрявъ по размѣру, придай къ тому высоту столика $eD = nG$, получишь высоту башни AB.

§ 124. ЗАДАЧА. *Найти высоту неприступной башни* AB, *съ наклоненной поверхности.* фиг. 96 я.

Рѣшен. Избравъ двѣ точки C и D съ башнею въ прямой линѣи, такъ чтобы верхъ B и основанie A башни AB видѣть было можно, и поставя столикъ вертикально надъ точкою C, направь линѣйку съ дioптромъ параллельно мысленному горизонту; изъ центра *e* находящагося на горизонтальной линѣи *eo*, опусти отвѣсъ въ точку C, а въ точкѣ D поставь отвѣсно колъ, и замѣть на ономъ точкою *n* высоту *e*C столика; направь линѣйку изъ *e* на верхъ башни B, и на точку *n* параллельно наклоненной плоскости CD; проведи карандашемъ линѣи; положи посредствомъ размѣра отъ *e* до *n* столько футовъ, сколько оныхъ разстоянie CD въ себѣ содержитъ. Послѣ сего снявъ столикъ съ мѣста C, и поставя оной вертикально надъ точкою D такъ, чтобы точка *n* соотвѣтствовала замѣченной на колѣ точкѣ, и линѣя *enr* былабы съ прежде опредѣленною линѣею *enq* въ прямой линѣи, направь линѣйку съ дioптромъ изъ *n* на верхъ башни B; проведи карандашемъ линѣю *nm*. Наконецъ изъ точки *m*, на горизонтальную линѣю *eo*, опусти перпендикуляръ

mr, и смѣрявъ оной по размѣру, къ сему количеству придай высоту столика *e*C или *n*D = A*q*, то получится требуемая высота башни AB.

Примѣч. При рѣшеніи каждой изъ вышеписанныхъ задачь, доказательствъ не приложено для того, что справедливость рѣшенія оныхъ, легко доказать можно посредствомъ подобныхъ треугольниковъ, такимъ же образомъ, какъ въ § 114 доказано.



ОТДѢЛЕНІЕ III.

О Геодезіи или межеваніи.

§ 125. *Опредѣл. Геодезія* или *межеваніе* есть наука, показующая правила, какимъ образомъ означать границы земли принадлежащей каждому владѣльцу, и сочинять онымъ землямъ самоисправнѣйшіе планы, съ подробнымъ изображеніемъ различныхъ мѣстоположеній, въ предѣлахъ тѣхъ границъ содержащихся.

Примѣч. Хотя, по мнѣнію многихъ, наука межеванія и не требуетъ пространнаго математическаго знанія: но однакожъ входя въ подробное разсужденіе о сей наукѣ, утвердительно заключить должно, что основательное знаніе межеванія земель, всякаго исправнаго землемѣра, сопряжено не довольно со многими математическими и нѣкоторыми физическими умозрѣніями, но и съ художественнымъ знаніемъ рисованія положенія мѣстъ, находящихся на поверхности земной, и съ правилами юриспруденціи относящимися къ межеванію; также и съ политикою. Землемѣръ знающій математику, никогда небудетъ имѣть великаго труда въ сочиненіи вѣрнаго плана, какія бы

ему ни повстрѣчались препятствія при измѣреніи границъ и угловъ окружающихъ дачу владѣльца, какъ то: *на прим.* при измѣреніи линѣй простирающихся чрезъ горы, глубокія и широкія лощины, или чрезъ непроходимыя болоты, или при измѣреніи угловъ на наклоненныхъ плоскостяхъ; ибо онъ измѣряя на неровной поверхности земли кривыя линѣи и углы, знаетъ способныя математическія правила, безъ труда вычислять величину тѣхъ линѣй и угловъ, кои вмѣсто вымѣрянныхъ положиться должны на плоскости горизонтальной, сочиняемаго имъ плана. Естьли же знающій землемѣръ усмотритъ неправильное означеніе румбическаго угла магнитною стрѣлкою показуемаго; то физическое знаніе его о свойствѣ магнита откроетъ ему причину недѣятельности, или вдругъ случившееся перемѣнное склоненіе магнитной стрѣлки. Искусство рисованія послужитъ ему легчайшимъ пособіемъ въ изображеніи на планѣ всѣхъ находящихся въ дачѣ владѣльца различныхъ мѣстоположеній, въ точномъ и подобномъ ихъ видѣ. Юриспруденція руководствовать будетъ ему въ скорѣйшемъ и основательномъ разбирательствѣ неправильно учиненныхъ споровъ. Политика учинитъ его способнымъ и обоюднымъ примирителемъ на самой межѣ, отъ невѣденія тяжбу открывающихъ; и всѣ сіи знанія содѣлаютъ ему полезное облегченіе и успѣхъ въ обмежеваніи большаго количества земель въ положенное время.

Поелику отъ совершеннаго сочиненія межевыхъ плановъ, на плоскости горизонтальной изображаемыхъ, зависитъ сочиненіе исправныхъ *Топографическихъ* и *Географическихъ* картъ, не довольно каждой Губерніи особенно, но и цѣлаго Государства; то можно ли будетъ сочинить правильно какую либо хотя одну изъ послѣднихъ картъ, когда землемѣръ, не соблюдая по математическимъ правиламъ надлежа-

щихъ вычисленiй линѣй и угловъ, сочинялъ многихъ земель специiальныя планы съ великими погрѣшностями? Не только что можно, но таковый землемѣръ, и сотоварищамъ своимъ, совершенно знающимъ свою должность, къ нему прикосновенно межующимъ свои участки, составитъ столько затрудненiя, что они недовѣряясь сами себѣ, принуждены будутъ или повѣрять свои границы, либо уличать его въ невѣрности, границъ на планъ положенныхъ, имъ самимъ учиненной; а о сочиненiи Географическихъ картъ цѣлымъ уѣздамъ или Губернiямъ, въ разсужденiи межевыхъ плановъ многимъ погрѣшностямъ подверженныхъ, уже и воображать не можно; по тому что тогда принуждено будетъ цѣлыя уѣзды или Губернiи, чрезъ искусстныхъ землемѣровъ или вновь перемежевывать, либо по крайнѣй мѣрѣ повѣрять границы, каждой дачи, и для того употребить почти толикожъ время, какое употреблено было и для неправильнаго размежеванiя тѣхъ Губернiй. Для сочиненiя Генеральныхъ картъ Губернiямъ, а паче цѣлому Государству, всякому Геодезисту необходимо потребно знать: 1е) Чтобы сочиняемые межевые планы изображены были на плоскостяхъ горизонтальныхъ 2е) Меридiаны, то есть полуденныя линѣи, проводимыя на планахъ, должны быть дѣйствительныя полуденныя линѣи, а не меридiаны магнитной стрѣлки, посредствомъ коихъ обыкновенно означаются углы румбическiе. Естьли же полуденныя линѣи назначаемы будутъ меридiаномъ магнитной стрѣлки, то непремѣнно должно означать на каждомъ планѣ, восточное или западное склоненiе магнитной стрѣлки, числомъ градусовъ и минутъ; ибо чрезъ таковое означенiе, хотя бы чрезъ нѣсколько лѣтъ склоненiе магнитной стрѣлки и перемѣнилось, то легко можно будетъ познать, истинную полуденную черту, и посредствомъ оной найти величину прежде назначенныхъ на планѣ

румбическихъ угловъ. 3е) Всякому землемѣру межующему какой либо городъ, непремѣнно должно знать правило, какимъ образомъ находить съ возможною вѣрностію, число градусовъ и минутъ Сѣверной или Южной широты и долготы того города, не входя въ подробныя Астрономическія изслѣдованія; не соблюдая же сихъ требованій, межеваніе не можетъ быть основательнымъ руководствомъ къ сочиненію вѣрныхъ Географическихъ картъ. Не возможно также сочинить и Топографическую карту какого либо уѣзда съ подробнымъ изображеніемъ на ней всѣхъ, какія бы то ни было, мѣстоположеній, естьли межевые планы не будутъ имѣть совершеннаго изображенія тѣхъ мѣстоположеній, содержащихся въ дачѣ каждаго владѣльца; и когда еще сверхъ того, нѣкоторыя живыя и перемѣнѣ неподверженныя урочища будутъ пропущены или назначены совсѣмъ подъ другимъ названіемъ, а не подъ тѣмъ, которое издревле отъ простолюдимовъ употребляется; ибо въ семъ случаѣ, всѣ таковыя положенія мѣстъ, принуждено будетъ снимать вновь; а сіе самое сопряжено съ великимъ трудомъ и потеряніемъ времени.

§ 126 *Опредѣл.* Земля на которой мы обитаемъ, имѣетъ видъ шара ABCD (*фиг.* 97); что доказывается, какъ различными путешествіями, около земли въ разныя времяна учиненными, такъ и многими астрономическими наблюденіями; потому что во времена путешествій, всегда открываются соотвѣтственныя свойствамъ шара явленія: ибо когда отплываютъ изъ гавани, то горы и башни отчасу становятся ниже, а на послѣдокъ верхи ихъ и совсемъ теряются изъ виду; когда же приближаются къ берегамъ, то видны бываютъ сперва только верхи башенъ, а наконецъ и самое

ихъ основанiе усматривается; слѣдовательно земная или морская выпуклость, тогда ихъ отъ зрѣнiя закрываетъ.

Примѣч. Хотя на землѣ находятся многiя различной высоты горы; однакожь высота ихъ въ сравненiи величины земнаго шара есть ничто. Самая высочайшая гора *Шимборозо*. Въ провинцiи *Перу*, содержащая въ высотѣ своей надъ поверхностiю моря 3220 тоазовъ или 2944 сажени, ни что иное, какъ пупырышекъ высотою въ $\frac{2}{3}$ линѣи на такомъ шарѣ, коего поперешникъ 10 футовъ. Слѣдовательно высота горъ не препятствуетъ почитать землю шаромъ.

§ 127. *Опредѣл.* Линѣя CD, чрезъ центръ N земнаго шара проведенная, около которой, по астрономическимъ изслѣдованiямъ, земля во всякiя сутки обращается, называется *Поперешникъ* или *Ось земли.* Двѣ не подвижныя точекъ C и D имянуются *Полюсами*; изъ коихъ точка D обращенная къ сѣверу, называется *Сѣвернымъ* или *Нордовымъ полюсомъ*; а противуположенный оному полюсъ C *Южнымъ* или *Зюйдовымъ* именуется. Кругъ ABQ, раздѣляющiй земной шаръ на двѣ равныя части, равно отстоящiй отъ обоихъ полюсовъ называется *Экваторъ* или *равноденственный*; потому что у живущихъ на окружности сего круга земнаго шара, день и ночь всегда бываютъ равны (*). Окружности круговъ EF, GH и проч.

(*) Хотя всѣ почти Географы, прiемля землю за совершенный шаръ, полагаютъ въ градусѣ экватора 105 верстъ или 15 географическихъ, то есть Нѣ-

означенныхъ на поверхности земной параллельно экватору, называются *параллелями экватора*; слѣдовательно они тѣмъ менѣе бываютъ, чемъ болѣе отъ экватора отдаляются или къ полюсамъ приближаются.

§ 128. *Опредѣл. Меридіанъ* или *полуденникъ* есть полукружіе COD или CQRD отъ одного полюса C къ другому D проведенное. Нѣкоторые опредѣляютъ его цѣлымъ кругомъ.

Сіе полукружіе, полуденникомъ называется потому, что ежели плоскость какого нибудь изъ сихъ круговъ, *на прим.* круга COD продолжится мысленно во всѣ стороны даже, до солнца, то плоскость сего круга, пересѣчетъ дневной солнца кругъ на двѣ равныя части, на восточную и западную; слѣдовательно когда солнцѣ вступитъ въ плоскость онаго полуденнаго круга, тогда у всѣхъ живущихъ на полукружіи одного меридіана, будетъ въ одно время полдень.

§ 129. *Опредѣл.* Часть QR меридіана CQRD, заключающаяся между экваторомъ ABQ и мѣ-

---

мецкихъ миль; однакожь въ мѣсяцословѣ на 1781 годъ объявлено, что земля не есть совершенный шаръ; но къ полюсамъ сжата, а подъ экваторомъ возвышена; и по вѣрнѣйшимъ Астрономическимъ вычисленіямъ найдено, что поперешникъ экватора 66 верстами и 158 саженьми или одною 179 частію больше земной оси; но какъ сія разность очень мала, то принявъ среднее между ими число, можно землю почесть за шаръ, котораго поперешникъ содержитъ въ себѣ 11841 версту и 188 саженъ; а въ каждомъ градусѣ экватора 103 версты $168\frac{1}{2}$ саж. или почти $103\frac{1}{3}$ версты.

стомъ R, находящимся въ сѣверномъ полушаріи, называется *Сѣверною широтою* мѣста R; а когда мѣсто будетъ находиться въ южномъ полушаріи, тогда широта того мѣста именуется *Южною*; слѣдовательно широта всякаго мѣста означается числомъ град. мин. и секун. дуги QR, меридіана QRD отъ экватора къ полюсу простирающейся. *На прим.* по Астрономическимъ наблюденіямъ найденная Сѣверная широта *Москвы* 55°, 45′, 45″ означаетъ, что дуга меридіана чрезъ Москву проходящаго, считая отъ экватора до сего города, содержитъ въ себѣ означенное число градусовъ, минутъ, и проч.

Прибавл. II. Изъ сего явствуетъ, что мѣста на одномъ меридіанѣ находящіяся разнятся между собою широтою. Равнымъ образомъ всѣ мѣста на одной параллели экватора лежащія имѣютъ одинакую широту, но подъ разными меридіанами; по сему никакое мѣсто на земномъ шарѣ чрезъ одну широту назначиться не можетъ, но для опредѣленія онаго потребно знать еще меридіанъ тому же мѣсту соотвѣтствующій; ибо тогда пресѣченіе окружности параллельнаго круга съ меридіаномъ покажетъ истинное положеніе того мѣста. Для сего *Астрономы* и *Географы*, взявъ произвольной меридіанъ, согласилися къ нему относить всѣ прочіе, и назвали его *первымъ меридіаномъ*.

§ 130. *Опредѣл.* Число градусовъ дуги RQ экватора, или дуги LR параллели онаго, считая отъ перваго меридіана CAD до мери-

діана чрезъ данное мѣсто R проходящаго, называется *долготою мѣста* (*фиг.* 97).

Изъ сего явствуетъ, что всѣ мѣста, находящіяся на одномъ меридіанѣ земнаго шара, имѣютъ одинакую долготу.

Прибавл. Французы, по указу Короля *Лудовика* XIII, полагаютъ первымъ меридіаномъ тотъ, который отстоитъ отъ *Парижа* къ западу на 20 град. и чрезъ одинъ изъ Канарскихъ острововъ *Ферро* проходитъ, чему и многіе Географы послѣдовали; однакожъ нѣкоторые первымъ меридіаномъ почитаютъ меридіанъ чрезъ самый *Парижъ* проходящій, и счисляютъ какъ отъ перваго, такъ и отъ послѣдняго долготу мѣста отъ запада къ востоку вокругъ земли по экватору до 360 градусовъ.

§. 131. ТЕОРЕМА. *Величина градуса экватора содержится къ величинѣ градуса всякой параллели онаго, какъ цѣлой синусъ къ синусу дополнительнаго угла извѣстной широты до 90 град.* фиг. 98 я.

Доказ. Представимъ себѣ, что діаметръ CD шара ACBD есть ось земли, точка C сѣверный полюсъ, а точка D южный, и слѣдовательно окружность круга радіуса AE есть экваторъ: но какъ шаръ происходитъ отъ обращенія полукруга CAD около своей оси CD; слѣдовательно во время сего обращенія всякой полупоперешникъ GF опишетъ кругъ, изъ коихъ окружность каждаго будетъ параллель экватора, уголъ же AEF означаетъ сѣверную широту мѣста F; по сему уголъ CEF есть дополненіе до 90° угла AEF, означающаго сѣ-

верную широту какого либо мѣста F. Но поелику треугольникъ EGF есть прямоугольной, то для сего произойдетъ слѣдующая пропорція: r : *син.* FEG = EF : FG; окружности же круговъ содержатся между собою какъ радіусы, то (положивъ окружность экватора = z, а окружность какой нибудь параллели радіуса FG = x) будетъ AE : FG = z : x, и для равенства содержаній будетъ r : *син* FEG = z : x; а по раздѣленіи членовъ втораго содержанія на 360, будетъ r : *син.* FEG = $\frac{z}{360}$: $\frac{x}{360}$, то есть цѣлой синусъ къ синусу дополнительнаго угла FEC сѣверной широты до 90°, какъ величина градуса экватора къ величинѣ градуса параллели онаго, коего радіусъ FG. И такъ положимъ, что требуется величина градуса сѣверной широты AEF 55°, 45′, то будетъ дополнительной уголъ FEC = 34°, 15′; и принявъ, что градусъ экватора содержитъ въ себѣ 105 верстъ, а искомая величина градуса параллели экватора = y, будетъ r : *син.* 34°, 15′ = 105 : y; изъ чего посредствомъ логариѳмовъ выйдетъ слѣдующая выкладка:

L. *син.* 34°, 15′ = 9. 7503579
L. 105 = 2. 0211893

Сумма = 11. 7715472
L. r = 10. 0000000

L. y = 1. 7715472, которому соотвѣтствующее число найдется 59 верст. 47 саж. = величинѣ градуса сѣверной широты 55°, 45′. Но естьли градусъ экватора положится 103 вер. 168½ сажен.; то ве-

личина градуса сѣверной широты 55°, 45′ найдется 58 верст. 80 саж.

§. 132. ЗАДАЧА. *Назначить на всякомъ мѣстѣ полуденную линѣю.*

Рѣшен. I. Поелику полуденная линѣя, нечто иное, какъ часть окружности полуденнаго круга, чрезъ данное мѣсто проходящаго, то для назначенія оной надлежитъ сперва сдѣлать изъ сухаго дерева (которое бы отъ солнечныхъ лучей коробиться не могло) гладкую и ровную доску EFGH (*фиг.* 99), толщиною около 2хъ дюймовъ, на которой, взявъ произвольно точку A за центръ, начертить нѣсколько дугъ одну отъ другой не въ дальномъ разстояніи. По томъ въ центрѣ A сихъ дугъ утвердя перпендикулярно къ поверхности доски изъ толстой проволоки шестикъ AB, вышиною равенъ или нѣсколько по больше радіуса меньшой дуги; положи сію доску на утвержденной въ землѣ столбъ или на поверхность стола, для сего нарочно поставленнаго; посредствомъ ватерпасца установи поверхность доски горизонтально такъ, чтобы она дугами своими обращена была къ сѣверу. По томъ въ ясной день, часа за два предъ полуднемъ, должно наблюдать слѣдующее: какъ скоро конецъ тѣни, падающей отъ шестика, до полудни уменьшающейся, придетъ на какую нибудь дугу на доскѣ назначенную, то въ самое то время слѣдуетъ конецъ тѣни на тѣхъ дугахъ замѣтить, на примѣръ въ точкахъ *e*, *c* и *a*; по томъ когда тѣнь, падающая отъ шестика, послѣ полудни начнетъ увели-

чиваться, надлежитъ на тѣхъ же дугахъ замѣтить самой конецъ тѣни точками *b*, *d* и *h*. По окончаніи сего наблюденія, раздѣля каждую дугу *ab*, *cd* и *eh* на двѣ равныя части въ точкахъ *n*, *m* и *k*, проведи изъ центра А чрезъ оныя точки прямую линѣю А*nk*; то оная будетъ требуемая полуденная линѣя.

Рѣшен. II. Несравненно удобнѣе и вѣрнѣе назначить можно полуденную линѣю такимъ образомъ: на предписанной дoскѣ EFGH (*фиг.* 100) утверждается перпендикулярно къ поверхности доски металлической столбикъ АВ, вышиною отъ 10 до 12 дюймовъ, на концѣ котораго привинчивается параллельно поверьхности доски, небольшая и тонкая мѣдная дощечка D съ провертенною на ней дирочкою (*); противъ средины означенной дирочки, на поверхности доски, горизонтально установленной, назначается центръ С такимъ образомъ: взявъ волосокъ съ прикрѣпленною на концѣ его тирькою *r*, пропусти другой его конецъ сквозь дирочку дощечки D, и держа оной посрединѣ дирочки, смѣряй простымъ циркулемъ разстояніе волоска отъ поверхности столбика; положи сіе разстояніе отъ столбика по назначенной отъ него на поверхности доски ли-

(*) Иногда дощечка D прикрѣпляется къ верхнему концу шестика шарнеромъ, и также какъ ножка циркула поднимается къ верху, для того, чтобы приподнявъ ее къ верху, лучь солнца могъ проходить сквозь дирочку сколько можно прямѣе къ поверхности оной.

нѣи, отъ А до С; и взявъ точку С за центръ, величиною не много меньше высоты столбика опиши дугу, и увеличивая радіусъ опиши еще нѣсколько дугъ одну отъ другой не въ дальномъ разстояніи. По окончаніи сего, поставя доску EFGH съ такимъ приборомъ, какъ въ первомъ рѣшеніи предписано, надлежитъ продолжать слѣдующее наблюденіе: какъ скоро солнечной лучь, проходящей сквозь дирочку дощечки, изображающійся свѣтлымъ кружечкомъ, центромъ своимъ придетъ до полудни на какую нибудь дугу, то центръ онаго на всякой дугѣ замѣтить точками *e*, *c* и *a*; также и послѣ полудни наблюдая тоже, замѣтить точками *b*, *d* и *h*; наконецъ раздѣли дуги *eh*, *cd*, и *ab* въ точкахъ *k*, *m* и *n*, пополамъ проведи изъ центра С линѣю С*nk*, которая будетъ требуемая полуденная линѣя.

Доказ. Поелику солнце въ равныя времена перебѣгаетъ равныя части своего круга, и для того въ равныхъ отъ полуденнаго круга какъ къ востоку, такъ и къ западу разстояніяхъ, будетъ находиться въ одинакихъ высотахъ отъ горизонта земнаго; слѣдовательно и длина тѣни, падающей на поверхность доски отъ перпендикулярно стоящаго шестика, съ обѣихъ сторонъ въ тѣ времена равна быть должна. По сей причинѣ концы тѣни или свѣтлые кружечки солнца необходимо быть должны на дугахъ изъ одного центра на горизонтальной поверхности доски описанныхъ, коихъ радіусы суть длина тѣни; а центръ въ самомъ томъ мѣстѣ, гдѣ сто-

нтѣ шестикѣ или находится точка C за центрѣ взятая; слѣдовательно хорды *eh*, *cd* и *ab* тѣхѣ дугѣ суть ординаты (*поперешники*), а линѣя SK ось кривой линѣи *ecabdh* описанной концемѣ тѣни, или центромѣ солнечнаго кружечка. Но поелику A*k* раздѣляетѣ каждую дугу круга *eh*, *cd* и *ab* на двѣ равныя части; по сему S*k* перпендикулярна кѣ ординатамѣ *eh*, *cd* и *ab*; слѣдовательно линѣя A*k* опредѣляя до полудни и послѣ полудни равныя дуги, вѣ равныя времена концемѣ тѣни описуемыя, есть полуденная линѣя.

Примѣч. I. Не рѣдко случается, что среднія точки *n*, *m* и *k*, чрезѣ кои проводится полуденная линѣя A*k*, бываютѣ не вѣ прямой линѣи, то сіе рождается отѣ невѣрнаго замѣчанія конца тѣни, или центра солнечнаго кружечка; вѣ такомѣ случаѣ должно изѣ крайнихѣ линѣй, кѣ точкамѣ дѣленія проведенныхѣ составляющійся уголѣ раздѣлить на двѣ равныя части; тогда линѣя дѣлящая сей уголѣ будетѣ полуденная линѣя.

Примѣч. II. Поелику при темной или густой тѣни, падающей отѣ шестика на поверхность доски, бываетѣ другая тонкая и не столь густая тѣнь, которая вѣ разсужденіи густоты и рѣдкости воздуха вѣ долготѣ своей перемѣняется; то для вѣрнѣйшаго назначенія полуденной линѣи, должно какѣ до полудня, такѣ и послѣ полудня замѣчать конецѣ самой густой тѣни; а вѣ другомѣ случаѣ надлежитѣ замѣчать на дугахѣ оба края свѣтлаго кружечка, отѣ солнца сквозь дирочку дощечки проходящаго.

Прибавл. Естьли потребно будетѣ по назначенной на одномѣ мѣстѣ полуденной линѣи назначить другую не вѣ отдаленномѣ разстояніи; то положа, какѣ предписано, ровную доску горизонтально, надлежитѣ на полуденномѣ краю оной поставить перпендикулярно шестикѣ; по томѣ поставя

помощника у назначенной полуденной линѣи, приказать ему примѣчать, какъ скоро тѣнь отъ шестика будетъ упадать прямо на полуденную линѣю, чтобы въ самое то время дать знакъ посредствомъ голоса, или стука, либо выстрѣла (ежели далеко); а по полученному знаку тотчасъ наблюдателю замѣтить конецъ тѣни, падающей отъ шестика на поверхность доски, и провести линѣю, которая будетъ вторая полуденная линѣя.

§. 133. *Опредѣл. Компасъ* есть укрѣпленная на срединѣ линѣйки подвижнаго діоптра астролабіи покрытая стекломъ коробочка (*фиг.* 101), на днѣ которой находится кругъ, раздѣленной на четыре ровныя части линѣями NS и EW. Каждая четверть круга раздѣлена на 90 град, а иногда означаются и полуградусы. Помянутыя буквы означаютъ точки четырехъ частей свѣта: буква N означаетъ *Сѣверъ* или *Нордъ*, буква S показываетъ *Югъ* или *Зюйдъ*, буква E означаетъ *Востокъ* или *Эстъ*, буква W показуетъ *Западъ* или *Вестъ*. Въ центрѣ C тогоже круга утверждается остроконечной гвоздикъ, и на него полагается стальная магнитомъ натертая стрѣлка *ba*, которая на остротѣ гвоздика свободно обращаясь, сама собою становится почти въ плоскости полуденнаго круга, такъ что одинъ ея конецъ *b* стремится всегда на Сѣверъ, а другой *a* на Югъ, то есть направленіе стрѣлки почти сходно бываетъ съ положеніемъ полуденной линѣи.

Прибавл. Магнитъ есть камень (или *весьма плотная желѣзная руда*) одаренный свойствомъ притягивать къ себѣ желѣзо, и ему сообщать нѣкоторое опредѣленное по-

доженіе. Онъ имѣетъ еще и сіе свойство, что туже самую силу, чрезъ треніе или чрезъ прикосновеніе, сообщаетъ желѣзу и стали, и будучи повѣшенъ на ниткѣ, или пущенъ свободно плавать на водѣ въ какомъ нибудь легкомъ сосудѣ, дотолѣ обращается въ ту и другую сторону, пока двумя своими противуположенными точками на Сѣверъ и Югъ не установится. Подробное изъясненіе о дѣйствіи магнита здѣсь не вмѣстно, но только можно сказать, какъ-то и многими учеными особами утверждается: „что внутри „земли и по поверхности оной, отъ одного по„люса къ другому, есть непрестанное тече„ніе нѣкотораго невидимаго и тончайшаго ве„щества, подобіе вихря составляющаго, и что „сіе вещество, проходя сквозь магнитной ка„мень и компасныя стрѣлки имъ натертыя, „имѣетъ довольную силу приводить ихъ въ „тоже направленіе, по которой и само слѣ„дуетъ. Самая земля какъ будто превели„кой магнитъ, и какъ она, такъ и магнит„ные камни сей вихрь въ себѣ всегда заклю„чаютъ.„ Пространнѣе о семъ смотри въ Физическихъ и Философическихъ письмахъ Г. *Ейлера*, переведенныхъ съ Французскаго языка на Россійской Г. Профессоромъ *Румовскимъ*, часть третія на страницѣ 71 й.

§ 134. *Опредѣл. Полюсы магнита* суть двѣ противуположенныя на камнѣ точки, чрезъ кои теченіе магнитнаго вихря непремѣнное свое направленіе на Нордъ и Зюйдъ имѣетъ.

§ 135 ЗАДАЧА. *Найти полюсы магнитнаго камня.*

Рѣшен. Взявъ отломочекъ иголки, прикладывай его однимъ концомъ къ поверхности магнитнаго камня; то оный отломочекъ поразнымъ мѣстамъ поверхности камня то пораллельно, то наклонно становиться будетъ; а гдѣ онъ самъ собою станетъ перпендикулярно къ поверхности камня, то въ такъ найденныхъ двухъ противуположенныхъ мѣстахъ будутъ полюсы магнита.

Примѣч. I. Магниты, по вынятіи изъ рудокопныхъ ямъ и по сысканіи на нихъ полюсовъ, обыкновенно обдѣлываются продолговатыми прямоугольными брусками; а потомъ оправляются такимъ образомъ (фиг. 102): ко всякой сторонѣ EB и AC, гдѣ находятся магнитные полюсы, какъ можно плотнѣе придѣлываются желѣзныя пластинки FE и CD кончащїяся въ низу ножками F и D, кои прикрѣпляются къ магниту мѣдными или серебряными обручиками AB и CE, какъ то изъ *фигуры* оправленнаго магнита видно, чрезъ что тончайшее вещество магнитнаго вихря, обращающееся около земли и обитающее въ магнитѣ, въ помянутыя ножки естественно приводится, втекая въ оныя отвсюду, какъ въ два канала. Посредствомъ таковой оправы, сила въ магнитахъ иногда въ 50 или 60 разъ увеличивается.

Примѣч. II. Для опредѣленїя въ оправленномъ магнитѣ сѣвернаго полюса, должно повѣсить его на долгой ниткѣ въ свободномъ мѣстѣ, и какъ скоро магнитъ качаться перестанетъ, то одна его ножка обратясь къ Сѣверу покажетъ сѣверный полюсъ магнита, а обратившаяся къ Югу будетъ означать Южную ножку магнита.

§ 136. ЗАДАЧА. *Намагнитить для компаса астролабіи стрѣлку.* фиг. 103 и 104я.

Рѣшен. Стрѣлка АВ приготовляется по-большей части изъ хорошей стали, съ имѣющимся на срединѣ ея тогожъ металла кружечкомъ, въ которой ввинчивается или впаивается мѣдной колпачокъ С наподобіе колокольчика, пустотою котораго стрѣлка полагается на острой гвоздикъ *d* компаса. Одинъ ея конецъ А, для различія отъ другаго, дѣлается иногда крестикомъ или съ буквою N, означающею сѣверной конецъ стрѣлки, и сверхъ того наблюдается, чтобы оба конца стрѣлки, на гвоздикъ положенной, были въ равновѣсіи. Такимъ образомъ приготовленную стрѣлку, положа на столъ или гладкую доску, поставь сѣверную ножку магнита у самаго колпачка С, (приподнявъ южную въ сторону сѣвернаго конца А стрѣлки) и прижимая оную слегка къ стрѣлкѣ должно натирать южную половину стрѣлки, водя магнитъ всякой разъ отъ средины С къ концу В въ одну сторону; такимъ же образомъ слѣдуетъ натирать сѣверную половину АС стрѣлки южною ножкою магнита, водя оную отъ средины С къ концу А; потомъ поворотя стрѣлку другою стороною натереть обѣ половины, какъ и прежде, повторяя вожденіе магнита съ обоихъ сторонъ по одинакому числу разъ, стрѣлка намагничена будетъ, которая принявъ по длинѣ своей безпрерывное теченіе магнитнаго вещества, будучи положена на острой гвоздикъ *d* (*фиг.* 104), сама собою остановится почти въ положеніи полуденной линѣи, такъ что

одинъ ея конецъ А будетъ показывать сѣверную, а другой В южную страну свѣта.

Примѣч. I. Намагниченная предписаннымъ образомъ стрѣлка, имѣвшая предъ тѣмъ концы свои въ равновѣсіи, какъ скоро положится на острой гвоздикъ *d*, то будучи въ сѣверномъ полушаріи сѣверной ея конецъ *A*, по свойству магнита, тотчасъ отъ горизонтальнаго положенія на нѣсколько градусовъ опустится въ низъ, что и называется *наклоненіемъ стрѣлки.* Но дабы стрѣлку привести въ горизонтальное положеніе; то сѣверной конецъ стрѣлки съ низу спиливается до тѣхъ поръ, пока оба конца оной получатъ надлежащее равновѣсіе. Чѣмъ ближе съ таковымъ компасомъ будемъ приближаться къ сѣверному полюсу, тѣмъ болѣе сѣверной конецъ *A* магнитной стрѣлки будетъ наклоняться; а дошедъ до самаго полюса земли означенной конецъ стрѣлки опустится перпендикулярно къ горизонту. Тѣ же самыя обстоятельства разумѣть должно и о южномъ концѣ стрѣлки, въ Южномъ полушаріи земли быть долженствующія.

Примѣч. II. Ежели двѣ намагниченныя стрѣлки, положенныя на острыхъ гвоздикахъ, снесутся вмѣстѣ, то сѣверной конецъ одной будетъ притягивать къ себѣ южной конецъ другой стрѣлки; а когда они снесутся одноимянными концами, то концы ихъ будутъ одинъ другаго отталкивать. Равнымъ образомъ, когда южная ножка магнита поднесется къ сѣверному концу стрѣлки, то конецъ оной будетъ стремиться къ ножкѣ магнита; а когда къ тому же концу поднесется сѣверная ножка магнита, то сѣверной конецъ стрѣлки отъ нея удалится, и вмѣсто онаго привлечется южной.

Примѣч. III. Хотя магнитная стрѣлка, какъ выше сказано, стремится притти въ такое положеніе, чтобы однимъ концемъ стоять на Сѣверъ, а другимъ на Югъ; однакожъ весьма рѣдко бываетъ она въ дѣйствительномъ положеніи полуденной линѣи; по сей причинѣ необходимо надлежитъ знать, какимъ образомъ познается склоненіе стрѣлки отъ настоящей полуденной линѣи.

§. 137. ЗАДАЧА. *Найти число градусовъ и минутъ склоненiя магнитной стрѣлки отъ настоящей полуденной линѣи.* фиг. 101 я.

Рѣшен. I. Назначивъ на горизонтальной доскѣ полуденную линѣю AB (§. 132), надлежитъ отъ нижней плоскости астролабiи отвинтить трубку, которою она накладывается на бакштабъ (ибо съ трубкою астролабiи горизонтально на доскѣ положить не можно); потомъ поставя подвижной дiоптръ съ неподвижнымъ въ прямой линѣи, положить кругъ астролабической на доску такъ, чтобы линѣя N-S, проходящая чрезъ центръ компаса и означающая среднюю линѣю неподвижнаго дiоптра, была въ прямой линѣи съ назначенною полуденною линѣею AB. Послѣ сего должно смотрѣть, прямо ли магнитная стрѣлка *ba* будетъ стоять противъ точекъ N и S, то есть противъ полуденной линѣи; будежъ не прямо, то не содвигая съ полуденной линѣи неподвижнаго дiоптра, направь подвижной дiоптръ такъ, чтобы линѣя N-S, проходящая чрезъ средину линѣйки подвижнаго дiоптра, находилась прямо противъ конца *b* магнитной стрѣлки; наконецъ сосчитавъ по кругу астролабiи отъ неподвижнаго до подвижнаго дiоптра число градусовъ и минутъ, содержащихся въ дугѣ N*b*, получится требуемое склоненiе магнитной стрѣлки отъ полуденной линѣи что самое и въ которую сторону стрѣлка склонилась записать.

Рѣшен. II. Утвердя на полуденной линѣи остроконечной гвоздикъ или булавку такъ, чтобы наложенная на оную стрѣлка, не касаясь поверхности доски, свободно обращаться могла; потомъ приложа транспортиръ центромъ къ булавкѣ, а діаметръ онаго положи на самой полуденной линѣи AB, сосчитай число градусовъ до конца *b* магнитной стрѣлки *bd*, кои означать будутъ сколько градусовъ магнитная стрѣлка имѣетъ склоненія отъ полуденной линѣи.

Примѣч. I. Склоненіе магнитной стрѣлки бываетъ двоякое, или восточное, либо западное: *наприм.* когда линѣя AB (*фиг.* 101) представляетъ истинную полуденную черту, проведенную отъ норда къ зюйду, то къ ней перпендикулярная EW будетъ означать поправую сторону Востокъ, а по лѣвую Западъ; по сему когда сѣверный конецъ *b* стрѣлки *ab* будетъ имѣть склоненіе отъ Норда къ Осту, то таковое склоненіе стрѣлки называется *Восточное*; а когда сѣверной конецъ стрѣлки будетъ склоняться отъ Сѣвера къ Весту, тогда склоненіе именуется *Западное*.

Примѣч. II. Магнитная стрѣлка подвержена многимъ важнымъ перемѣнамъ; ибо она, какъ то по опытамъ извѣстно, склоняется на одномъ мѣстѣ къ востоку, а на другомъ къ западу. Сіе склоненіе не довольно въ разсужденіи разныхъ мѣстъ *Европы*, *Азіи*, *Африки* и *Америки* перемѣняется, но и въ разныхъ мѣстахъ Россійскаго Государства есть разное, и возрастаетъ или убываетъ до нѣсколькихъ градусовъ, оное же склоненіе непостоянно, такъ что на томъ же мѣстѣ, гдѣ прежде не было никакого склоненія магнитной стрѣлки, примѣчено чувствительное, и гдѣ прежде было, тамъ чрезъ нѣсколько лѣтъ времени никакого склоненія не оказалось. Словомъ, склоненіе магнитной стрѣлки перемѣняется и по мѣсту и по времени, но гораздо больше по мѣсту, нежели по времени; ибо какъ ско-

ро компасъ перенесется съ одного мѣста на другое отдаленное отъ перваго, такъ и склоненiе перемѣнится. Перемѣна же склоненiя на одномъ мѣстѣ требуетъ долговременнаго замѣчанiя. Въ Россiи по наблюденiямъ примѣчено: въ *Санктпетербургѣ* 1730 году склоненiе 4°, 40′ западное, въ 1741 году 3°, 56′ западное; а въ 1761 году склоненiе было въ *Петербургѣ* 4°, 17′ западное, въ *Тобольскѣ* 3, 52′ восточное, въ *Казанѣ* 2°, 25′ западное, въ Крѣпости *С. Елисаветы* 9°, 45′ западное; 1781 году въ *Орлѣ* 9° западное; 1783 году въ *Курскѣ* 15° западное; въ *Харьковѣ* 7°, 27′ западное; въ *Воронежѣ* 8° западное; 1784 году въ *Калугѣ* 7°, 45′ западное. Таковыхъ склоненiй въ Россiи до нѣсколькихъ сотъ по наблюденiямъ собрано. Откуда довольно видно, сколь необходимо нужна поправка компаса чрезъ сыскиванiе склоненiя магнитной стрѣлки посредствомъ предыдущей Задачи.

Наблюденiя по многимъ опытамъ извѣстныя.

I. Притягательная сила магнита уменьшается, когда онъ разгорячается, и паки увеличивается, когда онъ простужается; и чѣмъ сильнѣе магнитъ, тѣмъ болѣе теряетъ силы при одинакой степени теплоты.

II. Ежели съ восточной или западной стороны компаса положится сильной магнитъ параллельно магнитному меридiану, и притомъ въ такомъ разстоянiи, что сила южнаго его конца въ состоянiи будетъ держать сѣверной конецъ стрѣлки прямо на Нордъ-Остъ, то есть на 45° отъ Норда; то положивъ на магнитъ довольно разгоряченную мѣдную плитку, сѣверной конецъ стрѣлки, по мѣрѣ разгоряченiя магнита, будетъ примѣтно отъ него удаляться къ норду, и при высочайшей степени разгоряченiя магнита остановится спокойно; потомъ по мѣрѣ его простыванiя опять начнетъ къ нему приближаться; а когда онъ совершенно простынетъ и паки чрезъ нѣсколько уже часовъ приметъ свою силу, тогда стрѣлка остановится въ прежнемъ положенiи.

III. Когда въ лѣтней день на обѣихъ сторонахъ компаса положится параллельно магнитному меридіану по сильному магниту, такъ что южные концы обоихъ магнитовъ, равномѣрно дѣйствуя на сѣверной конецъ стрѣлки, въ состояніи будутъ держать ее на магнитномъ меридіанѣ, то есть въ прежнемъ ея положеніи, и когда западной магнитъ закроется деревяннымъ тѣнникомъ, такъ чтобы солнце освѣщало одинъ только восточной магнитъ; то стрѣлка будетъ чувствительно перемѣнять свое направленіе и отклонится къ западу; но когда восточной магнитъ будетъ въ тѣни, а на западной будетъ свѣтить солнце, то стрѣлка двигаться будетъ въ противную сторону.

Изъ сихъ явленій удобно можно видѣть, что магнитныя части земли на восточной сторонѣ магнитнаго меридіана находящіяся, сѣверной конецъ стрѣлки стольже сильно привлекаютъ, какъ и магнитныя части на сторонѣ западной. Когда восточныя магнитныя части земли предъ полуднемъ отъ солнца скорѣе согрѣваются, нежели западныя, то стрѣлка будетъ склоняться къ западу, и западная ея перемѣна будетъ увеличиваться. Ежели теплота притягивающихъ частей земли на обѣихъ сторонахъ магнитнаго меридіана равно увеличивается, то стрѣлка стоять будетъ спокойно; но когда западныя магнитныя части земли или скорѣе согрѣваются, или долѣе простываютъ, нежели восточныя, то стрѣлка будетъ отклоняться къ востоку, или восточное ея склоненіе будетъ уменьшаться, и ежели какъ восточныя такъ и западныя части равномѣрно простужаются, то стрѣлка будетъ опять стоять спокойно.

Вотъ тѣ самыя причины, кои не довольно чрезъ нѣсколько лѣтъ приводятъ стрѣлку въ перемѣнное склоненіе, но и въ одинъ день по свойству магнитныхъ частей, находящихся въ нѣдрахъ земли, какъ притягательною своею силою, такъ и отъ перемѣнъ ихъ согрѣванія перемѣняютъ направленіе магнитнаго меридіана. По сему умозрѣнію ежедневная перемѣна склоненія магнитной стрѣлки, должна быть болѣе лѣтомъ, нежели зимою, и оная бываетъ въ

Іюнѣ и Іюлѣ почти вдвое, нежели въ Декабрѣ и Генварѣ, что самое и съ наблюденіями согласно.

Неправильная дневная перемѣна можетъ происходить и отъ подземной теплоты, которая никакого правильнаго отношенія ко времени не имѣетъ; а по сему, когда въ сѣверныхъ странахъ оная увеличивается, то притягательная сила магнитной части земли, къ сѣверному полюсу стрѣлки уменьшается.

§ 138. ЗАДАЧА. *Сдѣлать въ компасѣ стрѣлку, которая бы показывала истинную полуденную линѣю.* фиг. 105.

Рѣшен. Сыскавъ по предыдущей задачѣ склоненіе стрѣлки, которое положимъ будетъ восточное $6\frac{1}{2}$ град.; надлежитъ сдѣлать самую тонкую серебряную или мѣдную пластинку *ed*, у которой бы на срединѣ былъ кружечикъ такой величины, чтобы винтъ колпачка *c* сквозь его пройти могъ. Посрединѣ сея пластинки назначь прямую линѣю NS, чрезъ центръ помянутаго кружечка проходящую; потомъ положа пластинку сверхъ магнитной стрѣлки, привинти ее колпачкомъ какъ можно крѣпче, въ такомъ положеніи, чтобы конецъ магнитной стрѣлки *b* и конецъ *d* проведенной линѣи, составляли уголъ $bcd = 6\frac{1}{2}$ градусамъ, тогда получится требуемая стрѣлка, показующая истинную полуденную линѣю.

§ 139. *Опредѣл.* *Румбъ* есть уголъ, составляющійся изъ линѣи направленія подвижнаго Діоптра и магнитной стрѣлки, или стрѣлки показующей истинную полуденную линѣю.

Приб. Румбы названіе свое получаютъ отъ линѣи направленія подвижнаго діоптра, въ которой четверти компаса находиться будутъ: *на примѣръ*, когда сѣверной конецъ стрѣлки будетъ въ переди, а линѣя направленія отъ общаго ихъ центра будетъ находится въ восточной сторонѣ, то есть въ правой четверти компаса, тогда румбъ именуется *Нордъ-Остъ*; а когда линѣя направленія подвижнаго діоптра будетъ находится въ лѣвой четверти компаса, тогда называется румбъ *Нордъ-Вестъ*; естьли же Южной конецъ стрѣлки будетъ въ переди, а линѣя направленія заключается въ правой четверти компаса, тогда именуется Румбъ *Зюйдъ-Вестъ*; а когда линѣя направленія находится въ лѣвой четверти компаса, то будетъ румбъ *Зюйдъ-Остъ*. Каждой изъ сихъ румбовъ записывается числомъ градусовъ, а иногда и минутъ.

§ 140. ЗАДАЧА. *Познать, на какой румбъ назначенная на землѣ линѣя* AB, *положеніе свое имѣетъ*. фиг. 106 я.

Рѣшен. Поставя астролабію надъ точкою A горизонтально, направь подвижной діоптръ на колъ B, и давъ время стрѣлкѣ остановиться, разсматривай въ которой четверти компаса линѣя направленія находится, *на прим.* положимъ что южной конецъ *a* стрѣлки будетъ въ переди, а линѣя AB въ правой четверти компаса, и что дуга *ab*, отъ подвижнаго діоптра *b* до южнаго конца стрѣлки *a*, содержитъ въ себѣ 57°; по сему линѣя

АВ положенiе свое имѣетъ на румбѣ *Зюйдъ-Вестъ* подъ угломъ 57°.

Естьли потребно будетъ вымѣрять румбической уголъ не упуская минутъ; то надлежитъ установить астролабiю такъ, чтобы подвижной дiоптръ съ неподвижнымъ и съ направленiемъ магнитной стрѣлки были въ прямой линѣи; по томъ прикрѣпя астролабической кругъ къ треногу, направь подвижной дiоптръ на колъ В; то дуга, на концѣ подвижнаго дiоптра назначенная, покажетъ сверьхъ градусовъ еще минуты.

§ 141. ЗАДАЧА. *Назначить на землѣ линѣю* АВ *на румбѣ Нордъ-Остъ подъ угломъ* 79 *градусовъ.* фиг. 107 я.

Рѣшен. Поставя астролабiю надъ данною точкою А, и давъ время магнитной стрѣлкѣ остановиться, прикрѣпи къ треногу астролабической кругъ; потомъ поворачивай подвижной дiоптръ, какъ можно осторожнѣе, отъ сѣвернаго конца стрѣлки въ право до тѣхъ поръ, пока сѣверной конецъ стрѣлки будетъ находиться противъ 79 ти градусовъ: наконецъ прикажи поставить колъ В съ подвижнымъ дiоптромъ въ прямой линѣи; тогда назначенная на землѣ линѣя АВ будетъ имѣть требуемое положенiе.

Прибавл. Предположивъ, что магнитная стрѣлка будетъ имѣть одинакое и непремѣнное склоненiе, представимъ себѣ, что предписанная линѣя, на Нордъ-Остъ продолжаема будетъ 100 или болѣе верстъ; то на таковомъ разстоянiи,

подъ однимъ румбическимъ угломъ продолжаемая линѣя будетъ кривая: ибо положивъ, что земной меридіанъ EN отъ меридіана AN отстоитъ на одинъ градусъ (*фиг.* 108); а по сему и дуга AE параллели экватора, измѣряющая уголъ ANE, изъ тѣхъ меридіановъ составленный, будетъ содержать въ себѣ одинъ градусъ; слѣдовательно каждой уголъ NAE и NEA будетъ имѣть по 89½ град. (*Геом.* § 48). И такъ ежели вообразимъ себѣ, что отъ точки A перваго меридіана ADN, чрезъ всякія 10 минутъ долготы назначаема будетъ прямая линѣя на румбъ N-O подъ угломъ 79 ти град.; то въ концѣ перваго десятиминутнаго разстоянія магнитная стрѣлка, направляя свой сѣверной конецъ прямо къ Полюсу N, наклонится къ назначенной линѣи въ сторону меридіана AD на 10 минутъ, по сей же причинѣ, когда прямая линѣя втораго десятиминутнаго разстоянія назначится на румбъ N-O подъ угломъ 79°, то въ концѣ оной сѣверной конецъ стрѣлки опять наклонится къ сей линѣи на 10 же минутъ; а къ линѣи перваго направленія на 20 минутъ, и такъ далѣе, чрезъ всякое десятиминутное разстояніе сѣверной конецъ стрѣлки наклоняясь отъ предыдущаго своего направленія по 10 минутъ, нечувствительнымъ своимъ наклоненіемъ составитъ кривую линѣю AB, и слѣдовательно сѣверной конецъ стрѣлки; въ концѣ B линѣи AB, наклонится къ первому направленію назначенной линѣи AE на одинъ градусъ.

Слѣдст. Изъ сего удобно разумѣть можно, ежели на поверхности земной отъ одного меридiана ADN къ другому EBN, будетъ назначаема прямая линѣя DF, то румбической ея уголъ начнетъ увеличиваться тѣмъ болѣе, чѣмъ оная линѣя будетъ удаляться отъ перваго меридiана ADN; ибо положивъ, что прямая линѣя DF продолжится отъ меридiана ADN до другаго EBN, которой отстоитъ отъ перваго на одинъ градусъ, и что у точки D румбической уголъ NDF = 79°; то у точки *c* румбической уголъ N*c*F будетъ = 80° потому, что проведя линѣю *ab* параллельно первому меридiану NDA, будетъ уголъ ND*c* = D*cb* = *ac*F = 79° (*Гео* § 43 и 21): но поелику уголъ B*cb* = BND = N*ca* = 1°, слѣдовательно румбической уголъ N*c*F, у конца *c* линѣи D*c* будетъ = ∠*ac*F + ∠N*ca* = 80°.

§ 142. ЗАДАЧА. *По извѣстнымъ румбическимъ угламъ* DAB *Нордъ-Остъ* 25½ *град.* и ∠EBC *Нордъ-Остъ* 74°, *означающимъ положенiе двухъ линѣй* AB и BC, *найти величину угла* ABC, *изъ тѣхъ линѣй составленнаго.* фиг. 109 я.

Рѣшен. Большой уголъ EBC вычти изъ 180°, остатокъ CBF сложи съ меньшимъ угломъ DAB, то найденная сумма означитъ требуемую величину угла ABC; то есть 180 − 74 = 106, и 106 + 25½ = 131½ град. = ∠ABC.

Доказ. Поелику 180° − ∠EBC = ∠CBF: но уголъ DAB = ∠ABF потому, что меридiаны GD

и EF параллельны (*); слѣдовательно $\angle CBF + ABF = CBF + DAB = \angle ABC = 180° - 74° + 25\frac{1}{2} = 131\frac{1}{2}$ град.

Такимъ же образомъ находится величина всякаго угла, составленнаго изъ линѣи всѣхъ одноимянныхъ румбическихъ угловъ.

§ 143. ЗАДАЧА. *Извѣстны румбическіе углы,* DAB *Нордъ-остъ* 74° *и уголъ* FBC *зюйдъ-остъ* 39°, *означающіе положеніе двухъ линѣй* AB и BC, *найти уголъ* ABC *изъ тѣхъ линѣй составленный.* фиг. 110 я.

Рѣшен. Сложа данные углы вмѣстѣ, получится требуемая величина угла ABC, то есть $74 + 39 = 113° = \angle ABC$.

Доказ. Поелику уголъ $DAB = ABF$ потому, что меридіаны GD и EF параллельны; слѣдовательно $\angle ABF + FBC = \angle ABC = 74° + 39° = 113°$.

Такимъ же образомъ сыскивается величина угла, когда будутъ румбическіе углы зюйдъ-вестъ и нордъ-вестъ.

§ 144. ЗАДАЧА. *Извѣстны румбическіе углы* DAB *Зюйдъ-Остъ* 72° *и уголъ* FBC *Зюйдъ-Вестъ* 30°, *означающіе положеніе двухъ линѣй* AB *и* BC, *найти уголъ* ABC, фиг. 111 я.

Рѣшен. Сумму данныхъ угловъ вычти изо 180°, остатокъ будетъ означать требу-

(*) Во всѣхъ нижеслѣдующихъ задачахъ меридіаны тогда только параллельными приняты быть могутъ, когда разстояніе ихъ будетъ не болѣе 5ти минутъ долготы, считая по параллели экватора; ибо въ геодезіи погрѣшность въ 5 минутахъ состоящую, въ румбическомъ углѣ презрѣть можно § 141. *Прибавленіе.*

емую величину угла ABC, то есть $180^\circ - (72^\circ + 30^\circ) = 78^\circ$ = углу ABC.

Доказ. Поелику уголъ BAD $= \angle$ABE, потому что меридiаны GD и EF параллельны; посему уголъ ABE + FBC + ABC $= 180^\circ$ (*Гео.* § 17); слѣдовательно $180^\circ -$ (ABE + FBC) = углу ABC $= 78^\circ$.

Тоже должно разумѣть и о румбическихъ углахъ N-W и N-O.

§ 145. ЗАДАЧА. *Даны румбическiе углы* DAB *Нордъ-Вестъ* $61\frac{1}{2}$ *град. и уголъ,* FBC *Зюйдъ-Вестъ* 14°, *означающiе положенiе двухъ линѣй* AB *и* BC, *найти уголъ* ABC *изъ тѣхъ линѣй составленный.* фиг. 112я.

Рѣшен. Вычтя меньшей уголъ изъ большаго, остатокъ будетъ означать требуемую величину угла ABC, то есть $61\frac{1}{2} - 14 = 47\frac{1}{2}$ град. = углу ABC.

Доказ. Поелику уголъ DAB = ABF по причинѣ параллельныхъ меридiановъ DG и EF, слѣдовательно $\angle$ABF — FBC = DAB — FBC = углу ABC.

§ 146. ЗАДАЧА. *Даны румбическiе углы* DAB *Зюйдъ-Остъ* 27° *и уголъ* EBC *Остъ-Вестъ, означающiе положенiе линѣй* AB *и* BC, *найти уголъ* ABC, *изъ тѣхъ линѣй составленный.* фиг. 113я.

Рѣшен. Вычтя данной уголъ DAB изъ 90°, остатокъ покажетъ величину требуемаго угла ABC, то есть $90^\circ - 27^\circ = 63^\circ$ = углу ABC.

Доказ. Ибо въ разсужденiи параллельныхъ меридiановъ GD и EF, уголъ DAB = EBA, и уголъ EBC $= 90^\circ$; слѣдовательно уголъ EBC — EBA = EBC — DAB = углу ABC.

Примѣч. Посредствомъ предписанныхъ задачъ, повѣряется исправность астролабіи въ румбическихъ углахъ такимъ образомъ: поставя три кола A, B и C (*фиг.* 109) не въ прямой линѣи, такъ, чтобы разстоянїе отъ одного къ другому было около 200 саженъ; поставь надъ точкою A астролабїю горизонтально; вымѣряй румбическїй уголъ DAB, которой положимъ будетъ N-O; потомъ поставя астролабїю горизонтально надъ точкою B, направь подвижной дїоптръ на колъ A, и чрезъ сїе направленїе повѣрь противной румбической уголъ FBA, которой будетъ S-W, и естьли найдется, что румбъ S-W = N-O, то сїе будетъ значить, что стрѣлка находится въ непремѣнномъ склоненїи; послѣ сего вымѣряй уголъ ABC (§. 76), и сложа румбической уголъ ABF со 180°, изъ суммы ихъ вычти вымѣренной уголъ ABC; естьли остатокъ будетъ равенъ румбическому углу EBC, которой будетъ также N-O; то сїе означать будетъ, что астролабїя, какъ въ раздѣленїи градусовъ, такъ и въ показанїи румбическихъ угловъ, почесться можетъ вѣрною; а повторя таковое повѣренїе во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, кои въ §. 142, 143 и послѣдующихъ показаны, совершенно увѣриться можно о исправности угломѣрнаго орудїя.

§ 147. *Опредѣл.* Ежели изъ точки B (*фиг.* 114) проведется линѣя BD перпендикулярно къ продолженному меридїану *ab* (полагая, что меридїаны *ab* и *cd*, безъ чувствительной погрѣшности почесть можно параллельными), то линѣя BD, означающая часть окружности круга параллельнаго экватору чрезъ точку B проходящаго, называется *разстоянїе точки* B *отъ меридїана ab къ Осту*; а часть меридїана AD именуется *разстоянїе параллели экватора, чрезъ точку* B *проходящей, отъ первой точки* A *къ Норду.*

§ 148. ЗАДАЧА. *По извѣстному румбическому углу* EBC *Зюйдъ-Остъ и вымѣ-*

ренной линѣи BC, *найти разстояніе точки* C *отъ перваго меридіана* ed *къ Осту*, *и разстояніе параллели* EC, *чрезъ точку* C *проходящей, отъ точки* B *къ Зюйду*. Фиг. 114.

Рѣшен. Проведя изъ точки C линѣю CE перпендикулярно къ продолженному меридіану *ed*, произойдетъ прямоугольной треугольникъ BEC, въ которомъ уголъ EBC означающей румбъ S-O и линѣя BC извѣстны; слѣдовательно составя пропорцію, *r* : *син.* EBC = BC : EC, найдется разстояніе EC, точки C къ Осту отъ меридіана *ed*, чрезъ точку B проходящаго; а напослѣдокъ чрезъ пропорцію : *r* : *син.* ECB = BC : BE, получится разстояніе BE параллели EC, чрезъ точку C проходящей, отъ точки B къ Зюйду.

Такимъ же образомъ, по какомубъ то ни было извѣстному румбическому углу, и вымѣренной между двумя данными точками линѣи, сыскиваются предписанныя разстоянія.

Предвареніе. Почти всегда случается, что господа землемѣры, измѣряя линѣи на униженныхъ и возвышенныхъ поверхностяхъ земли, подлинную величину оныхъ, при сочиненіи плановъ, полагаютъ на плоскости горизонтальной, и чрезъ то самое принуждаются, при нанесеніи на планъ снятаго мѣстоположенія, нѣкоторыя линѣи либо уменьшать, либо увеличивать произвольно, и такимъ образомъ связывая многоугольникъ, составляютъ углы онаго съ измѣряемыми углами совсѣмъ несходственные, и слѣдовательно совершенную невѣрность плана почитаютъ за ничто. Въ разсужденіи

чего за необходимое почелъ я сообщить здѣсь нѣкоторыя правила, служащія къ вычисленію величины линѣй на плоскости горизонтальной положиться должныхъ.

§ 149. ЗАДАЧА. *Вмѣсто измѣряемой линѣи* ADC, *на наклоненной поверхности, найти величину линѣи* BE, *на горизонтальной плоскости положится должной.* фиг. 115я.

Рѣшен. Поставя надъ точкою A астролабію вертикально, и чтобы неподвижной діоптръ былъ параллельно къ горизонту, а въ точкѣ C поставя колъ или вѣху CE, направь подвижной діоптръ на точку C (или на особо замѣченную точку F), и чрезъ то вымѣряй уголъ EBC; потомъ смѣрявъ высоту EC отъ точки C до точки E, опредѣляющійся лучемъ зрѣнія неподвижнаго діоптра, направленнаго параллельно горизонту, будутъ въ прямоугольномъ треугольникѣ EBC извѣстны уголъ EBC и высота EC, посредствомъ коихъ найдется величина горизонтальной линѣи BE (§ 40). *На примѣръ* положимъ, что вымѣрянной уголъ $CBE = 2°, 25'$, а высота $EC = 18$ фут. то составя пропорцію: *син.* CBE : *син.* ECB = EC : BE; а принявъ вмѣсто чиселъ логариѳмы будетъ L. *син.* ECB + L. EC − L. *син.* CBE = L. BE (§ 37), и выкладка произойдетъ слѣдующая:

L. *син.* ECB = L 87°, 35' =	9.9996136
L. EC = L. 18 фу. =	1.2552725
Сумма =	11.2548861
L. *син.* CBE = L. 2°, 25'' =	8.6249653
L. BE =	2.6299208

которому соотвѣтствующее число въ таблицахъ найдется 426 футовъ или 60 сажен. 6 фут. равно горизонтальной линѣи BE или CH, которая вмѣсто измѣряемой линѣи ADC, на плоскости горизонтальной положиться должна.

Прибавл. I. Ежели наклоненная поверхность будетъ такъ низка, что точка C отъ горизонтальной линѣи BE, на нѣсколько саженъ отстоять будетъ, то въ такомъ случаѣ должно предписанное дѣйствіе съ подлежащими выкладками, низходя по отлогости мѣста, повторить столько разъ, сколько будетъ можно, какъ во второмъ рѣшеніи § 97. показано.

Прибавл. II. Когда должно будетъ вмѣсто измѣряемой кривой линѣи AabcdeB (*фиг.* 116), чрезъ пониженныя и возвышенныя поверхности земли простирающейся, найти величину горизонтальной линѣи KL; то въ семъ случаѣ, посредствомъ предыдущей задачи, должно найти сперва величину горизонтальной линѣи CD = MN, EF = NO, линѣи FG = OP и линѣи HI = PQ; потомъ вымѣрянныя линѣи Aa = KM и eB = QL на ровныхъ поверхностяхъ лежащія, сложа съ величиною найденныхъ горизонтальныхъ линѣй, то сумма ихъ KM + MN + NO + PO + PQ + QL будетъ означать требуемую величину горизонтальной линѣи KL (*).

(*) На возраженіе, что таковыя дѣйствія и ихъ выкладки, сопряжены съ великимъ трудомъ и потеряніемъ времени; утвердительно отвѣтствовать можно, что всѣ предписанныя выкладки от-

Не рѣдко случается, что при сношеніи какого либо мѣстоположенія съ земли на бумагу, углы измѣряются на розно наклоненныхъ плоскостяхъ; отъ чего при положеніи подлинной ихъ величины на горизонтальную плоскость иногда происходятъ чувствительныя погрѣшности; и для того слѣдовало бы здѣсь показать нѣкоторыя математическія правила, служащія къ вычисленію величины угловъ, на плоскости горизонтальной положиться долженствующихъ; но какъ къ тому принадлежащія выкладки сопряжены съ немалымъ трудомъ, то во избѣжаніе сего, вмѣсто угловъ лежащихъ на наклоненныхъ поверхностяхъ, можно посредствомъ астролабіи измѣрять углы безъ всякой погрѣшности на плоскостяхъ горизонтальныхъ, какъ-то изъ слѣдующаго предложенія видно.

§ 150. ЗАДАЧА. *Вмѣсто угла* ABC, *коего бока* AB *и* BC *простираются по наклоненнымъ поверхностямъ земли выше горизонта, вымѣрять величину угла* FBD *соотвѣтственно первому на горизонтальной плоскости положится должнаго.* фиг. 117.

Рѣшен. Поставя на концѣ A линѣи BA, также и на концѣ C, линѣи BC по колу, а надъ точкою B астролабію, и направя какой

носительныя къ тѣмъ дѣйствіямъ, весьма удобно и скоро произведены быть могутъ безъ всякихъ Ариѳметическихъ и Тригонометрическихъ вычисленій, естьли только возмется въ пособіе пропорціональный циркулъ или секторъ въ концѣ сей книги описанный.

нибудь дiоптрЪ на верхней колЪ A, прикажи поставить по возвышенной поверхности нѣсколько кольевЪ *d*, *d* вЪ отвѣсномЪ положенiи, кои бы сЪ направленнымЪ дiоптромЪ и сЪ верхнимЪ коломЪ A были вЪ прямой линѣи; также и линѣю BC означь нѣсколькими кольями *e*, *e*, наблюдая притомЪ, чтобы два ближайшiе кола *d* и *e* поставлены были такЪ, что ежели астролабiя поставится горизонтально, то бы ихЪ сквозь дiоптрЪ видѣть можно было; потомЪ установя астролабiю горизонтально, и направя неподвижной дiоптрЪ на колЪ *d*, а подвижной на колЪ *e*, вымѣряй на горизонтальной плоскости уголЪ *dae*, которой будетЪ равенЪ требуемому углу FBD на горизонтальной плоскости, вмѣсто угла ABC положиться должному.

Прибавл. ТакимЪ же образомЪ измѣряются горизонтально и такiе углы, у коихЪ одинЪ бокЪ выше горизонта, а другой на горизонтѣ, или одинЪ бокЪ выше, а другой ниже горизонта, либо оба бока будутЪ находиться ниже горизонта; кои чрезЪ таковое измѣренiе на горизонтальной плоскости плана положены быть могутЪ.

Примѣч. Иногда случается, что астролабiю надЪ тою точкою, надЪ которою она стоять должна, за какимЪ либо препятствiемЪ поставить не можно; и для того принуждаемся отЪ того мѣста отступать на аршинЪ или на сажень и болѣе, и чѣмЪ далѣе отступаемЪ, тѣмЪ болѣе дѣлаемЪ вЪ количествѣ угла погрѣшности; какимЪ же образомЪ оныя погрѣшности исправлять, надлежитЪ знать слѣдующiя правила:

Первое. ПоложимЪ, что за нѣкоторымЪ препятствiемЪ, вмѣсто угла ACB вымѣрянЪ уголЪ ADB

(*фиг.* 118.), которой больше нежели ACB: потому что ADB = ACB + DAC, и будетъ ACB = ADB — DAC. И такъ для изобрѣтенія подлинной величины угла ACB, надлежитъ вымѣрявъ уголъ DAC вычесть изъ угла ADB, останется количество желаемаго угла ACB. А ежели вмѣсто угла ADB вымѣрянъ будетъ уголъ ACB, которой меньше нежели ADB, тогда подлинной уголъ ADB найдется, ежели къ вымѣрянному углу ACB приданъ будетъ уголъ CAD.

Второе. Когда центръ астролабіи будетъ находиться внутри угла ADB, надъ точкою E (*фиг.* 119.); то уголъ AEB будетъ больше ADB, суммою угловъ EAD + EBD. Ибо EDA + EAD = AEC и EDB + EBD = CEB, по сему ADB = AEB — (EBD + EAD); слѣдовательно для изобрѣтенія угла ADB, надлежитъ, смѣривши уголъ DAE и DBE, вычесть изъ вымѣряннаго угла AEB, то получится требуемой уголъ D.

Третіе. Когда центръ E астролабіи находится внѣ угла ADB (*фиг.* 120), и вмѣсто онаго вымѣрянъ уголъ BEA, которой меньше угла ACB угломъ EAC; ибо уголъ CEA + EAC = ACB, а уголъ CDB + DBC = ACB, и будетъ уголъ CEA + EAC = CDB + DBC; и такъ CDB или ADB = CEA + EAC — DBC или EBD; того ради для изобрѣтенія величины угла ADB, надлежитъ по измѣреніи угла BEA + EAD, изъ суммы оныхъ вычесть количество угла EBD, остатокъ будетъ равенъ искомому углу ADB.

Дабы можно было находить величину малыхъ угловъ, отъ которыхъ зависятъ поправки, то надлежитъ знать въ первомъ случаѣ, отъ центра мѣста D, до центра C астролабіи, разстоянія AC, DC и уголъ DAC; во второмъ разстоянія DE, AD и уголъ ADE; въ третьемъ разстоянія AE, EB и уголъ DBE, и притомъ чтобы все вѣрно вымѣряно было; а потому уже величину малыхъ угловъ легко найти можно, и по онымъ вышеписанныя погрѣшности исправить.

§ 151. ЗАДАЧА. *Данное мѣстоположеніе* ABCDEFG *или дачу владѣльца, помощію румбическихъ угловъ, снять и сочинить оному плоскостной планъ*. фиг. 121 я.

Рѣшен. I. Поставя астролабію надъ точкою А, а въ точкѣ В поставя колъ отвѣсно, направь подвижной діоптръ на колъ В, и давъ время стрѣлкѣ остановиться, со считай отъ подвижнаго діоптра до конца стрѣлки число градусовъ, запиши румбъ линѣи АВ, которой въ семъ случаѣ будетъ Нордъ-Остъ *на прим.* 25½ град.; по томъ вымѣряя длину линѣи АВ какъ въ § 149 предписано (по причинѣ береговъ рѣки, которыя линѣя АВ пересѣкаетъ), разстоянія до рѣки, широту оной, равно и всѣ пересѣченія измѣряемой линѣи дорогою или другими непремѣнными живыми урочищами запиши, изображая притомъ на особой бумагѣ всѣ случающіяся на сей линѣи и прикосновенныя къ ней мѣстоположенія находящіяся въ дачѣ владѣльца; а наконецъ дойдя до точки В, какъ естественную величину сей линѣи, лежащую на неровной поверхности, такъ и повыкладкамъ найденную горизонтальную линѣю, на плоскости плана положиться должную надлежитъ записать (*). По томъ поставя въ точкѣ А и С колья, а надъ точкою В астролабію горизонтально, вымѣряй сперва уголъ АВС ас-

---

(*) По мнѣнію моему помянутая величина линѣй не токмо въ полевыхъ запискахъ, но во избѣжаніе впредъ могущихъ быть между владѣльцами споровъ, и въ выдающихся имъ межевыхъ книгахъ означена быть должна, не взирая на то, что чрезъ сокращенное положеніе на планъ кривыхъ линѣй, въ дачахъ ихъ (вразсужденіи разнонаклоненныхъ поверхностей) число десятинъ будетъ болѣе, нежели по правиламъ геометрическимъ найденное на горизонтальной поверхности плана.

тролабическій или уголЪ многоугольника ACEG, снимаемаго сЪ земли на бумагу; и направя подвижной діоптрЪ на поставленной вЪ переди колЪ C, смѣряй величину румбическаго угла NBC, которой положимЪ будетЪ НордЪ-ОстЪ 74°, повѣря притомЪ астролабической уголЪ ABC посредствомЪ извѣстныхЪ румбическихЪ угловЪ какЪ вЪ § 142 и послѣдующихЪ предписано было, дабы чрезЪ то познать, имѣетЪ ли магнитная стрѣлка непремѣнное свое направленіе; вЪ противномЪ же случаѣ основываясь на первомЪ румбѣ, должно находить подлинную величину румбическаго угла NBC, по правилу вЪ примѣчаніи § 146 показанному; наконецЪ вымѣряя величину горизонтальной линѣи BC, изобрази какЪ и прежде всѣ прилежащія кЪ ней мѣстоположенія. РавнымЪ образомЪ, смѣрявЪ у точки C величину астролабическаго угла BCD и положеніе линѣи CD на румбѣ ЗюйдЪ-ОстЪ, также и горизонтальную величину оной, сЪ принадлежащими кЪ ней обстоятельствами записать; и такЪ продолжая далѣе, какЪ можно исправнѣе измѣреніе всѣхЪ астролабическихЪ и румбичесчихЪ угловЪ, также и величину линѣй до первоначальной точки A; при послѣднихЪ двухЪ линѣяхЪ FG и GA, надлежитЪ назначать до берегу рѣки кЪ линѣямЪ FG и GA перпендикуляры, вЪ равномЪ и недальнемЪ одинЪ отЪ другаго разстояніи; и измѣряя ихЪ величину записывать сЪ изображеніемЪ на особой бумагѣ положенія берега рѣки. И такЪ предположивЪ, что стрѣлка при всякомЪ румбѣ направленія своего не перемѣняла, положимЪ, что при

съемѣ помянутаго мѣстоположенія, вымѣрянныя горизонтальныя линѣи и румбическіе углы были слѣдующія: AB = 170 саж. BC = 205 саж. у точки C румбъ зюйдъ-остъ 79°, линѣя CD = 170 саж.; у точки D румбъ зюйдъ-вестъ 30°, а линѣя DE = 125°; у точки E румбъ нордъ-вестъ 61½ град. линѣя EF = 104°, у точки F румбъ зюйдъ-остъ 14°, линѣя FG = 123°; у точки G румбъ остъ-вестъ 90°, линѣя GA = 313½ саж. При началѣ или по окончаніи обхожденія даннаго мѣстоположенія, должно найти положеніе истинной полуденной линѣи (§ 132); и сыскавъ восточное или западное склоненіе магнитной стрѣлки, все оное записать. Послѣ сего, означенное мѣстоположеніе должно налагать на планъ такимъ образомъ: начертя надлежащей величины исправной геометрической размѣръ, проведи на бумагѣ линѣю NZ (фиг. 122) означающую меридіанъ магнитной стрѣлки, которая бы перпендикулярна была къ нижнему или верхнему краю бумаги. Верхней конецъ N сей линѣи, будетъ означать Сѣверъ или Нордъ, а нижней Z, Югъ или Зюйдъ, слѣдовательно будетъ по правую сторону Востокъ или Остъ, а по лѣвую Западъ или Вестъ. По томъ назначивъ на линѣи NZ начальную точку *a*, положи исправной транспортиръ такъ, чтобы центръ его находился въ точкѣ *a*, а діаметръ на меридіанѣ NZ, и отсчитавъ по окружности онаго отъ меридіана NZ къ осту 25½ град. чрезъ замѣченную точку проведи линѣю *ab*, которая бы по размѣру содержала въ себѣ 170 саженъ то есть, сколько вы-

мѣрянная на полѣ горизонтальная линѣя AB вѣ себѣ ихѣ заключаетѣ; проведя чрезѣ точку *b* меридіанѣ параллельно первому, и нанеся у сей точки транспортиромѣ уголѣ отѣ Норда кѣ Осту 74°, положи по размѣру линѣю *bc* = 205 саж., то есть равну вымѣрянной горизонтальной линѣи BC. Также проведя чрезѣ точку *c* меридіанѣ параллельно предѣидущему, нанеси транспортиромѣ уголѣ отѣ Зюйда кѣ Осту 79°, и проведя чрезѣ замѣченную точку линѣю, положи на ней отѣ *c* до *d* сѣ размѣра 170 саженѣ; и такѣ далѣе продолжая до точки *g*, чрезѣ которую проведя меридіанѣ параллельно предыдущему, и перпендикулярно кѣ сему меридіану проведи линѣю *ga*; потому что линѣя GA (*фиг.* 121) положеніе свое имѣетѣ отѣ Оста прямо на Вестѣ; чрезѣ что означится на планѣ окружность предписаннаго мѣстоположенія. Напослѣдокѣ на боку *fg* и *ga* означеннаго плана, поставь перпендикуляры вѣ такомѣ другѣ отѣ друга разстояніи, какое оныхѣ разстояніе на полѣ полагаемо было, и опредѣляя величину каждаго по размѣру равну настоящимѣ, проведи чрезѣ концы оныхѣ кривую линѣю изображающую планѣ берега рѣки.

Рѣшен. II. Окружность означеннаго мѣстоположенія можно наложить на планѣ и такимѣ образомѣ: проведя меридіанѣ NZ (*фиг.* 123) и опредѣляя на немѣ починную точку *a*, положи исправной круглой транспортирѣ, какѣ вѣ первомѣ рѣшеніи сказано, и не снимая онаго назначь всѣ вымѣрянные румбическіе углы:

первой N - O = $25\frac{1}{2}$ град. 2й N - O = 74°, 3й Z - O = 79°, 4й Z - W = 30°, 5й N - W = 61^{1} град. 6й Z - O = 14°, 7й O - W = 90°, и означа оныe числами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, проведи линѣю *ab* равную по размѣру 170°, которая равна будетъ вымѣрянной на землѣ горизонтальной линѣи AB (*фиг.* 121); потомъ изъ точки *b* проведи линѣю *bc* параллельно къ *a2*, равную по размѣру саженьми и футами вымѣрянной горизонтальной линѣи BC. Изъ точки *c* проведи линѣю *cd* параллельно къ *a3*, и опредѣля величину оной по размѣру; проведи *de* параллельно къ *a4* и такъ далѣе, пока совершится на бумагѣ окружность даннаго мѣста.

По нанесенiи на планъ, первымъ или вторымъ образомъ окружности даннаго мѣста, надлежитъ самому землемѣру или его помощнику одними только румбическими углами снять съ надлежащею вѣрностiю какъ положенiе другаго берега рѣки, такъ и всѣ перемѣнѣ неподверженныя живыя урочища; какъ-то лощины, протоки, горы и прочее, а равно положенiе большихъ и проселочныхъ дорогъ, селенiй, и все то, что заключается въ дачѣ владѣльца нанеся на планъ и изобразя въ точноподобномъ видѣ всѣ мѣстоположенiя пристойными красками, или посредствомъ пера и кисти одною тушею, получится требуемой планъ даннаго мѣстоположенiя. Наконецъ положивъ, что при съемѣ сего плана, найдено склоненiе магнитной стрѣлки восточное $3\frac{1}{2}$ град. сдѣлай у какого нибудь меридiана стрѣл-

ки уголъ отъ Норда къ Весту = $3\frac{1}{2}$ град.; проведи линѣю означающую истинную полуденную линѣю, на которой или на проведенной къ ней параллельной линѣи, изобрази въ удобномъ мѣстѣ компасъ, какъ въ 122 фигурѣ показано, приписавъ подъ нимъ слѣдующее: *склоненіе магнитной стрѣлки восточное* = $3\frac{1}{2}$ *градусамъ.*

Примѣч. I. При сочиненіи плановъ, посредствомъ румбическихъ угловъ, не рѣдко случается, что конецъ послѣдней линѣи AG не соединяется съ начальною точкою *a*, и что линѣя AG бываетъ либо короче, либо длиннѣе подлинной ея величины; то сїе раждается отъ слѣдующихъ причинъ: 1) отъ неисправности угломѣрныхъ орудїй, и слѣдовательно отъ невѣрности вымѣрянныхъ ими астролабическихъ и румбическихъ угловъ. 2) Отъ невѣрности транспортира, коимъ наносятся углы на бумагу. 3) По большей части отъ того, что при сочиненіи плана, на бумагѣ полагается съ размѣра естественная величина линѣй, измѣряемыхъ на неровной поверхности земли, а не горизонтальная линѣя, означающая подлинное разстояніе двухъ кольевъ, по выкладкамъ математическимъ найдена быть долженствующая; ибо хотя бы и съ самою вѣрностію углы многоугольника вымѣряны были, но отъ положенія на планахъ естественной величины кривыхъ линѣй, между двумя кольями по неровной поверхности земли простирающихся, произойдетъ въ составленіи плана неизбѣжная погрѣшность; будежъ вмѣсто оныхъ на планѣ полагаться будетъ по выкладкамъ найденная величина горизонтальныхъ линѣй, то при исправномъ измѣреніи и нанесеніи на планъ угловъ многоугольника, никакой погрѣшности произойти не можетъ. 4) Сверьхъ того при повѣреніи плана надлежитъ наблюдать главнѣйшее правило, чтобы въ изображаемомъ многоугольникѣ сумма всѣхъ внутреннихъ угловъ вымѣрянныхъ на плоскостяхъ горизонтальныхъ, равна была произведенію изъ числа его боковъ безъ двухъ на два прямые угла или на 180° (*Геом.* § 86).

Примѣч. II. Для наблюденiя вѣрности румбическихъ угловъ при съемѣ всякаго мѣстоположенiя, надлежитъ геодезисту остерегаться, чтобы во время дѣйствiя астролабiею никакихъ желѣзныхъ и стальныхъ вещей при себѣ не имѣть; также и мѣрительную цѣпь близко къ астролабiи не подносить; ибо сообщенная желѣзу и стали магнитная сила имѣетъ свойство притягивать къ себѣ другiя желѣзныя и стальныя вещи, естьли только тяжесть ихъ не превозмогаетъ притягательной магнитной силы; но поелику стрѣлка имѣетъ въ компасѣ самое легкое движенiе, то оная вмѣсто того, чтобы привлечь къ себѣ легчайшее желѣзо, сама къ нему дѣлаетъ нѣкоторое обращенiе; слѣдовательно когда близко стрѣлки будетъ находиться желѣзо, или въ нѣдрахъ земли желѣзныя руды, то въ такомъ мѣстѣ стрѣлка не можетъ показывать истиннаго румба; но нѣсколько или совсѣмъ обращена будетъ въ ту сторону, гдѣ находится желѣзо, или магнитныя части земли. По сей-то причинѣ, какъ и выше говорено было, на вѣрность румбическихъ угловъ не всегда полагаться можно, но надлежитъ утверждаться на истинномъ меридiанѣ и на углахъ астролабическихъ, и для того оные съ возможною исправностiю на горизонтальной плоскости вымѣрять должно.

§ 152. ЗАДАЧА. *Начертить планъ* B *подобенъ данному* A, *чтобы бока требуемаго были вдвое меньше боковъ даннаго.* фиг. 124.

Рѣшен. Начерти около плана прямоугольникъ CDEF, такимъ образомъ, чтобы основанiе онаго CD и перпендикулярные CF и DE касались боковъ даннаго плана. Раздѣли основанiе CD на произвольное число мѣлкихъ частей смотря по фигурѣ, на примѣръ какъ здѣсь CD раздѣлена на 8 равныхъ частей, и положи оныхъ частей на высоту CF и DE столько, чтобъ проведенная EF проходила внѣ плана, какъ здѣсь положено 6 равныхъ частей. Изъ

каждой части поставь перпендикуляры, почему раздѣлится и прямоугольникъ CE на 48 равныхъ квадратовъ; по томъ на бумагѣ на которой желаешь чертить планъ, начерти прямоугольникъ *abdc* (*фиг.* 125), коего бы каждой бокъ былъ вдвое меньше боковъ прямоугольника CDEF, раздѣли длину и широту онаго на столько равныхъ частей, на сколько раздѣлена длина CD и высота DE; изъ каждой части поставь перпендикуляры, коими прямоугольникъ *abdc* раздѣлится на столькожъ квадратовъ, на сколько раздѣленъ прямоугольникъ CDEF, что учиня надлежитъ съ даннаго плана посредствомъ уменьшительнаго циркула, а по неимѣнію онаго простымъ, бравъ половинную часть, переносить всѣ виды фигуры, каждаго начерченнаго на планѣ квадрата, въ сходственной квадратъ на бумагѣ начерченнаго прямоугольника *abdc*. На прим. $kx = \frac{1}{2}mn$, $sp = \frac{1}{2}gr$ и проч. и наконецъ на означенныхъ такимъ образомъ точкахъ каждаго квадрата, изобрази на бумагѣ всѣ положенія даннаго плана; получишь желаемой уменьшенной планъ.

Примѣч. I. Такимъ же образомъ всякой данной планъ увеличивается во столько разъ, во сколько потребно будетъ.

Примѣч. II. Ежели должно будетъ уменьшить планъ, такъ чтобы плоскость даннаго содержалась къ плоскости желаемаго какъ 5 къ 3 мъ: тогда надлежитъ бокъ квадрата данной фигуры A, раздѣля на 5 равныхъ частей, сыскать между 5 и 3 среднюю пропорціональную линѣю, которая будетъ бокъ квадрата, для назначенія желаемаго плана; впрочемъ же поступать какъ въ задачѣ показано.

Предувѣдомлен. Поелику отъ исправнаго обмежеванія земель зависитъ также исправное сочиненіе уѣздныхъ, губернскихъ и цѣлаго государства Географическихъ картъ; слѣдовательно всякому землемѣру необходимо нужно знать правила, по коимъ тѣ Географическія карты сочинены быть могутъ: но дабы сочиненіе оныхъ съ надлежащею вѣрностію учинить можно было, то сперва надлежитъ показать тѣ способы, посредствомъ коихъ сыскивается сѣверная или южная долгота и широта всякаго даннаго мѣста, служащія основаніемъ къ сочиненію означенныхъ картъ, какъ-то изъ слѣдующихъ предложеній видѣть можно.

§ 153. ЗАДАЧА. *Найти долготу мѣста* P, *то есть узнать число град. и минут. дуги* NP, *параллельной экватору, чрезъ данное мѣсто* P *проходящей, считая отъ перваго меридіана* N, *чрезъ островъ Ферро проведеннаго, отстоящаго на* 20°, *западнѣе Парижа.* фиг, 97 я.

Рѣшен. Прежде вступленія въ разрѣшеніе сей задачи надлежитъ знать, что Солнце, по видимому обращаясь около земли отъ востока къ западу, совершаетъ свой кругъ или 360°, считаемыхъ по Экватору, въ одни сутки или въ 24 часа; посему раздѣливъ 360° на 24, получится, что Солнце въ одинъ часъ перебѣгаетъ 15 град. одинъ градусъ въ 4 минуты, а одну минуту градуса въ 4 секунды времени; то изъ сего явствуетъ, что долгота отъ одного извѣстнаго меридіана, чрезъ данное мѣсто проходящаго, до другаго, измѣряема быть

можетъ либо градусами Экватора или разностію временъ считаемыхъ жителями, на тѣхъ меридіанахъ обитающими; по той причинѣ, что у однихъ полдень бываетъ прежде, а у другихъ послѣ.

Разные есть способы находить долготу мѣста, какъ-то, по затмѣніямъ Юпитеровыхъ спутниковъ, и по затмѣнію лунному отъ земной тѣни; но какъ для первыхъ наблюденій потребны большія Астрономическія трубы или телескопы, а для послѣдняго могутъ служить небольшія зрительныя трубки; то для изслѣдованія требуемой долготы мѣста по луннымъ затмѣніямъ мы здѣсь показать намѣрены слѣдующее правило:

Поелику изъ ежегодныхъ Петербургскихъ мѣсяцослововъ видно, что лунное затмѣніе бываетъ ежегодно, какъ-то въ изданномъ на 1797 годъ мѣсяцословѣ значило, что лунное затмѣніе послѣдуетъ Ноября 23 дня, и видимо будетъ въ Петербургѣ слѣдующимъ образомъ: начало затмѣнія послѣдуетъ поутру въ 4 часа 38 мин. въ совершенное помраченіе луна придетъ въ 5 часовъ 38 мин. конецъ совершеннаго ея помраченія или начало выхода изъ тѣни земной будетъ въ 7 часовъ 18 мин. затмѣніе кончится въ 8 час. и 17 мин. и такъ положимъ, что наблюденіе сего затмѣнія надлежало учинить въ *Курскѣ*, то для сего должно было сперва съ надлежащею вѣрностію назначить полуденную линѣю (§ 132); на южномъ концѣ которой поставить изъ толстой проволоки шестикъ перпендикулярно, или къ

сему наблюденію съ удобностію служить может указатель вѣрныхъ солнечныхъ часовъ. Сверьхъ сего наблюдателю должно имѣть вѣрные карманные часы, на которыхъ бы предъ днемъ наблюденія, то есть 22 Ноября, 12 часовъ полудня поставлены были по тѣни полуденной линѣи. По томъ 23 числа поутру надлежало, посрадствомъ зрительной трубки съ помощію часовъ, учинить наблюденіе, которое положимъ происходило такимъ образомъ: начало затмѣнія послѣдовало по полуночи въ 4 часа $13\frac{1}{2}$ минутъ. Въ совершенное помраченіе луна пришла въ 5 час. $13\frac{1}{2}$ мин. Конецъ совершеннаго ея помраченія или начало выхода изъ тѣни послѣдовало въ 6 часовъ $53\frac{1}{2}$ мин. Затмѣніе кончилось въ 7 часовъ $52\frac{1}{2}$ минуты. Но какъ сіе затмѣніе послѣдовало прежде Петербургскаго, и разность между временами оказалась $24\frac{1}{2}$ мин. по сему Курскъ восточнѣе Петербурга во времени $24\frac{1}{2}$ мин.: но поелику, всякія 4 минуты часа означаютъ одинъ градусъ Экватора, то по раздѣленіи на 4 выйдетъ $6\frac{1}{8}$ град. $= 6°$, $7\frac{1}{2}$ мин. то есть отъ Курскаго до Петербургскаго меридіана дуга параллели Экватора содержитъ въ себѣ $6°$, $7\frac{1}{2}$ мин. долгота же Петербурга считая отъ Феррскаго меридіана есть $47°$, $59'$, $30''$; слѣдовательно, когда къ сему количеству придастся $6°$, $7\frac{1}{2}$ мин. то получится долгота Курска $54°$, $7'$. Такимъ же образомъ находится долгота всякаго мѣста.

Прибавл. Поелику не всякой землемѣръ имѣть можетъ зрительную трубку, и при-

томъ лунное затмѣніе бываетъ рѣдко, а иногда по причинѣ мрачной ночи, оное видимо быть не можетъ; то предлагается здѣсь второй способъ находить долготу мѣста по прохожденію луны чрезъ меридіанъ всякаго мѣста; для чего надлежитъ знать слѣдующее: луна сопутствуя движенію Солнца, хотя по видимому кажется намъ движущеюся только отъ востока къ западу; однакожъ она по собственному своему непримѣтному движенію отъ запада къ востоку, по Астрономическимъ наблюденіямъ найденному, совершаетъ свой кругъ въ 27 дней 7 часовъ $43\frac{1}{12}$ минуты или въ $27\frac{5557}{17280}$ дня; по сей причинѣ, когда 360° ея круга (полагая равномѣрное луны движеніе) раздѣлится на $27\frac{5557}{17280}$, то частное покажетъ, что луна въ 24 часа или во всякія сутки, по причинѣ своего движенія отъ запада къ востоку отстаетъ отъ солнца 13 град. 10 мин. $35\frac{3}{140}$ секун. слѣдовательно луна въ 24 часа перебѣгаетъ отъ востока къ западу только 346°, 49′ $24\frac{137}{140}$ секунд. и дабы совершить цѣлой свой кругъ, должна еще перейти оставшіяся 13°, 10′, $35\frac{13}{140}$ секунд.; по сей причинѣ чрезъ пропорцію, какъ 346°, 49′, $24\frac{137}{140}$ сек. содержится къ 360°, такъ 24 солнечныхъ часа будетъ содержаться къ четвертому пропорціональному числу, найдется, что луна совершитъ свой кругъ или 360° въ 24 часа 54 мин. $42\frac{1}{2}$ секунд. Но поелику движеніе луны не равномѣрно, такъ что она среднимъ своимъ движеніемъ, по найденнымъ наблюденіямъ, совершаетъ свой кругъ или 360° въ 24 часа 50

мин. $23\frac{1}{3}$ секун.; а по истинному ея движенію время сіе иногда уменьшается а иногда увеличивается до 10 минутЪ; то кЪ изобрѣтенію требуемой долготы послужитЪ намЪ достаточнымЪ руководствомЪ ежегодно издающійся Петербургской мѣсяцословЪ, вЪ которомЪ показывается вЪ 5мЪ столбцѣ время прохожденія луны чрезЪ Петербургской меридіанЪ.

И такЪ дабы найти долготу даннаго мѣста P, то сперва сдѣлавЪ тѣже самыя приготовленія, какія вЪ рѣшеніи задачи предписаны были, надлежитЪ приискать вЪ мѣсяцословѣ время ближайшее кЪ полнолунію, вЪ которомЪ бы разность прохожденія луны чрезЪ Петербургской меридіанЪ, между предыдущимЪ и послѣдующимЪ днемЪ соотвѣтствовала среднему движенію луны, то есть была бы 49, 50 или 51 минута. ПотомЪ во время лунной ночи, а особливо зимою, должно наблюдать: какЪ скоро лунная тѣнь отЪ шестика или указателя солнечныхЪ часовЪ упадетЪ прямо на полуденную линѣю, то время прохожденія луны чрезЪ меридіанЪ даннаго мѣста P, на карманныхЪ часахЪ значущееся записать, считая сверхЪ минутЪ и секунды по ударенію пульса, изЪ коихЪ каждое біеніе можно принять за секунду. *На примѣрЪ* положимЪ, прохожденіе луны чрезЪ меридіанЪ наблюдаемо было вЪ *Орлѣ* 1797 года Марта 3 числа, и что вЪ самую ту ночь луна проходила чрезЪ Петербургской меридіанЪ (какЪ-то вЪ мѣсяцословѣ означено) по полуночи вЪ 57 мин. перваго часа, а чрезЪ Орловской меридіанЪ прошла она вЪ 33 мин. 44

секун., того же часа; по сему когда послѣднее время вычтется изъ перваго, то разность 23 мин. 16 сек. покажетъ время прохожденія луны отъ Орловскаго до Петербургскаго меридіана; но поелику предыдущаго дня, то есть Марта 2, какъ въ томъ же мѣсяцословѣ показано, луна чрезъ Петербургской меридіанъ прошла въ 7 мин. перваго часа то вычтя сіе количество изъ 57 мин. разность 50 минутъ означать будетъ, что луна совершила свой кругъ въ 24 часа и 50 мин. наконецъ составя пропорцію, какъ 24 часа 50 мин. къ 23 мин. 16 секунд. такъ 360 град. къ четвертому пропорціональному числу, то есть $89400'' : 1396'' = 360^{\circ} : 5^{\circ},37'\frac{1}{4}$, найдется, что отъ Орловскаго до Петербургскаго меридіана дуга параллеил экватора содержитъ въ себѣ 5 град. $37\frac{1}{4}$ мин. и симъ количествомъ восточнѣе Петербурга; слѣдовательно, когда сіе количество придастся къ долготѣ Петербурга, то есть къ $47^{\circ},59',30''$, то сумма $53^{\circ},36',45''$ будетъ означать долготу Орла.

Примѣч. I. Ежели при таковомъ изслѣдованіи долготы замѣченное на часахъ время прохожденія луны чрезъ меридіанъ даннаго мѣста Р, будетъ больше времени прохожденія луны чрезъ Петербургской меридіанъ, показаннаго въ мѣсяцословѣ; то сіе означать будетъ, чтобъ данное мѣсто Р находится западнѣе Петербурга; и для того послѣднее время должно вычесть изъ перваго, а потомъ найденное по предписанной пропорціи число градусовъ и проч. вычесть изъ долготы Петербурга, то есть изъ $47^{\circ}, 59'.30''$, тогда остатокъ будетъ требуемая долгота мѣста.

Примѣч. II. Хотя послѣднее правило и нестоль основательно какъ первое, однакожь погрѣшность

въ избыткѣ или недостаткѣ противъ истинной долготы произойти можетъ не болѣе половины минуты, которую при сочиненіи географическихъ картъ заничто почесть можно.

§ 154. *Предвареніе.* Дабы приуготовить себя къ совершенному изслѣдованію широты какого либо даннаго мѣста во всякое время, то сперва надлежитъ, хотя въ краткихъ выраженіяхъ, предложить необходимонужное понятіе о склоненіи Солнца отъ Экватора на всякое время и мѣсто. Поелику, хотя Солнце и дѣйствительно пребываетъ въ центрѣ своей системы, а земля, обращаясь въ 24 часа около своей оси, совершаетъ кругъ въ годичное время; однакожъ глазамъ нашимъ представляется, что Солнце, обращаясь всякіе сутки около земли, время отъ времени или возвышается или понижается надъ горизонтомъ оной. Но первое ли или послѣднее движеніе принято будетъ въ разсужденіе, обстоятельства относящіяся къ вычисленію склоненія Солнца, всегда пребудутъ одинаковы. И такъ принявъ послѣднее движеніе, хотя и кажется намъ, что Солнце только обращаясь отъ востока къ западу совершаетъ свой кругъ въ 24 часа; однакожъ оно имѣетъ еще второе, непримѣтное намъ движеніе отъ запада къ востоку, по продолженной во всѣ стороны плоскости круга LaKb (*фиг.* 93), пересѣкающагося съ діаметромъ Экватора AaBb подъ угломъ AEK въ 23°, 28′, котораго окружность (*Еклиптикою* называемую), полагаемую въ небесномъ пространствѣ, совершаетъ оно въ 365 дней, 6 часовъ и 9 минутъ. По сей-то причинѣ, во время вступленія Солнца въ двѣ

точки воображаемаго нами пресѣченія Еклиптики съ небеснымъ Экваторомъ, то есть при вступленіяхъ его въ плоскость Экватора, бываетъ два раза въ годъ у всѣхъ обитающихъ на земли равноденствіе, то есть 12 часовъ день и 12 часовъ ночь, изъ коихъ одно бываетъ около 10 Марта и называется *весеннимъ равноденствіемъ*, а второе бывающее около 11 числа Сентября именуется *осеннимъ*, и когда послѣ весенняго равноденствія, Солнце пробѣгая Еклиптику, время отъ времени удаляется отъ Экватора, тогда у всѣхъ жителей сѣвернаго полушара дни увеличиваются. а у южныхъ уменьшаются. Въ сѣверномъ полушаріи самое великоденствіе, а въ южномъ малоденствіе бываетъ около 10 Іюня. Послѣ же осенняго равноденствія, когда Солнце паки начнетъ удаляться отъ Экватора въ противную прежней сторону, тогда дни время отъ времени въ сѣверномъ полушаріи начнутъ уменьшаться, а въ южномъ будутъ увеличиваться. Въ сѣверномъ полушаріи самой малой день, а въ южномъ самой большой, бываетъ около 10 числа Декабря. Сіе-то самое по временамъ отдаленіе Солнца, означающееся дугою какого либо меридіана, отъ Экватора до Еклиптики простирающеюся, называется *склоненіемъ Солнца*.

Астрономы Еклиптику небесной сферы раздѣлили различно изображаемыми созвѣздіями на 12 равныхъ частей, изъ коихъ каждая часть содержитъ въ себѣ 30°. Имена означенныхъ созвѣздій и знаки, коими они озна-

чаются суть слѣдующія: 1) *Овенъ* означается знакомъ ♈, въ которой солнце вступаетъ мѣсяца Марта. 2) знакъ ♉ означаетъ *тѣльца* Апрѣля. 3) ♊ *близнецы* Маія. 4) ♋ *ракъ* Іюня. 5) ♌ *левъ* Іюля. 6) ♍ *дѣва* Августа. 7) ♎ *вѣсы* Сентября. 8) ♏ *скорпіонъ* Октября. 9) ♐ *стрѣлецъ* Ноября. 10) ♑ *козерогъ* Декабря. 11) ♒ *водолей* Генваря. 12) ♓ *рыбы* Февраля, изъ коихъ первыя шесть созвѣздій находятся въ сѣверной, а послѣднія въ южной полусферѣ небеснаго пространства.

Весеннее равноденствіе бываетъ тогда, когда Солнце вступитъ въ знакъ овна; а осеннее когда вступитъ въ знакъ вѣсовъ; долгоденствіе сѣвернаго полушара послѣдуетъ, когда солнце вступитъ въ знакъ рака, а долгонощіе, когда вступитъ въ знакъ козерога, и обратно.

Теперь положимъ, что должно было найти склоненіе Солнца 1797 года Маія 25 дня въ такомъ мѣстѣ сѣвернаго полушара, коего долгота по рѣшенію § 153 намъ извѣстна: *на прим.* пусть долгота того мѣста будетъ 57°, 9½ минутъ, то для разрѣшенія сего вопроса надлежитъ пріискать въ третьемъ столбцѣ Петербургскаго мѣсяцослова, того года, мѣсяца и числа теченіе солнца, гдѣ окажется, что Солнце Маія 25 числа, во время пришествія на Петербургской меридіанъ находилось въ знакѣ ♊ близнецовъ 15°, 5′, и слѣдовательно отъ точки весенняго равноденствія, то есть отъ начала знака овна перебѣжало оно отъ запада къ востоку по дугѣ Еклиптики 75°, 5′.

Но поелику долгота 57°, $9\frac{1}{2}$ мин. означаетъ, что предположенное нами мѣсто, въ разсужденіи Петербурга, 9°, 10′ (по вычетѣ долготы Петербурга изъ долготы даннаго мѣста), а во времени $36\frac{2}{3}$ минутами часа восточнѣе (§ 153); слѣдовательно, солнце чрезъ меридіанъ даннаго мѣста прошло $36\frac{2}{3}$ минутами прежде, нежели достигло Петербургскаго меридіана. По сей причинѣ надлежитъ сперва найти, на какихъ оно град. и минутахъ находилось въ знакѣ ♊, во время пришествія на меридіанъ даннаго мѣста, основываясь на слѣдующемъ: поелику въ томъ же мѣсяцословѣ видно, чжо Солнце во время пришествія на Петербургской меридіанъ находилось въ знакѣ ♊ Маія 24 числа на 14°, 8′, а 25 числа на 15°, 5′, то вычтя первое количество изъ послѣдняго, разность 57′ покажетъ, что Солнце отъ запада къ востоку перебѣжало 57′ Еклиптики въ 24 часа; по томъ составя пропорцію, какъ 24 часа къ $36\frac{2}{3}$ мин. такъ 57′ будетъ содержаться къ четвертому пропорціональному числу, найдется, что Солнце въ $36\frac{2}{3}$ мин. часа, отъ даннаго до Петербургскаго меридіана пробѣжало $1\frac{2}{3}$ мин. Еклиптики; когда же сіе число вычтется изъ 75°, 5′, то остатокъ 75° $3\frac{1}{3}$ мин. покажетъ величину дуги Эклиптики перейденной Солнцемъ отъ знака овна до даннаго меридіана (*). Наконецъ

(*) Ежели данное мѣсто будетъ западнѣе Петербурга, то найденную такимъ образомъ величину дуги, должно къ дугѣ Эклиптики, Солнцемъ отъ равноденствія перейденной, придавать.

по правилу сферической тригонометріи составя пропорцію, какъ цѣлой синусъ къ синусу дуги Еклиптики 75°, $3\frac{1}{3}$ минуты, такъ синусъ 23°, 28′ возвышенія Эклиптики будетъ содержаться къ синусу дуги меридіана, измѣряющей разстояніе Солнца отъ Экватора, то есть, r : *син.* 75°, $3'\frac{1}{3}$ = *син.* 23°, 28′ : *син.* дуги склоненія Солнца; и принявъ вмѣсто извѣстныхъ количествъ ихъ логариѳмы, произойдетъ слѣдующая выкладка:

L. *син.* 75°, $3'\frac{1}{3}$ = 9.9850564 § 44.
L. *син.* 23°, 28′ = 9.6001181

Сумма = 19.5851745
L. r = 10.0000000

L. *син.* дуги склонен. Солнц. = 9.5851745, которому найденное въ таблицахъ соотвѣтствующее число 22°, 37′, 41″ означаетъ величину дуги сѣвернаго склоненія Солнца Маія 25 дня 1797 года, на долготѣ 57°, 9′ мин.

Такимъ же образомъ сыскивается склоненіе Солнца отъ Экватора и послѣ осенняго равноденствія во всякое время и на всякомъ мѣстѣ.

§ 155. ЗАДАЧА. *Найти сѣверную широту какого либо даннаго мѣста* P. фиг. 126.

Рѣшен. Пусть будетъ земной шаръ ADBS, ось земли AB, точка C ея центръ, сѣверной полюсъ B, а южной A, SD Экваторъ, FH діаметръ Еклиптики; а мѣсто, котораго должно найти широту есть P; то линѣя GEN, лежащая перпендикулярно на радіусѣ CP будетъ мысленной горизонтъ даннаго мѣста P.

Широта всякаго мѣста по большей части познается посредствомъ наблюденія высоты Солнца во время его прохожденія чрезъ меридіанъ даннаго мѣста, которое въ сѣверномъ полушаріи съ удобностію и безъ дальнѣйшихъ вычисленій учинено быть можетъ во время долгоденствія или *солнцестоянія*, то есть, когда Солнце вступитъ въ знакъ ♋ рака, которое бываетъ около 10 числа Іюня.

Для изслѣдованія сѣверной широты мѣста P, сперва должно назначить со всевозможною точностію полуденную линѣю CN*k* (фиг. 100 § 132), и поставя означенной приборъ, надъ мѣстомъ P (*фиг.* 126) такъ, чтобы поверхность доски была горизонтальна и отвѣсъ *r* падалъ бы въ назначенной центръ C; надлежитъ въ самой тотъ день, когда Солнце вступитъ въ знакъ ♋ наблюдать слѣдующее: какъ скоро тѣнь отъ шестика AB упадетъ прямо на полуденную линѣю CN*k*, и центръ свѣтлаго кружечка отъ солнечнаго луча, проходящаго сквозь дирочку дощечки D будетъ находится на самой полуденной линѣи; то центръ онаго замѣть точкою N, вымѣряй высоту CD отъ центра C до центра дирочки D, также и длину линѣи CN до точки N, съ надлежащею вѣрностію, неупуская и сотенныхъ частей дюйма, *на прим.* пусть будетъ высота CD = 12 дюй. (*), основаніе CN = $6\frac{41}{100}$ дюйм., то въ прямоугольномъ треугольникѣ DCN, по извѣстному осно-

(*) Для вѣрнѣйшаго наблюденія высоты Солнца можно дѣлать высоту шестика AB въ 24 дюйма и болѣе.

ванiю CN и высотѣ CD найдется уголЪ CND = 61°, 44′, 31″ = ∠EPK (*фиг.* 126), означающему высоту Солнца M. Но какЪ найденная высота Солнца требуетЪ поправки, потому что лучь солнечной проходя атмосферу земли, вЪ ней преломляется и приходитЪ кЪ намЪ не по прямой, но по кривой линѣи, а потому и Солнце видимЪ мы выше подлиннаго мѣста; то прiискавЪ вЪ нижеслѣдующей таблицѣ (*) соотвѣтствующее 61 градусу преломленiе лучей 37 секунд. вычти изЪ найденной высоты;

(*) *Таблица преломленiя солнечныхЪ лучей на возвышенiи солнца отЪ нуля до 90°, полагая горизонтальное преломленiе вЪ 32 мин. и 20 сек.*

Высо-та.	Пре-лом-ленiе.	Высо.	Пре-лом-ленiе.	Высо.	Пре-лом-ленiе.	Высо.	Пре-лом-ленiе.	Высо.	Пре-лом-ленiе.
0 гра.	32′, 20″	19°	3′, 3″	37°	1′, 28″	55°	0′, 46″	73°	0′, 20″
1	27, 56	20	2, 54	38	1, 25	56	0, 45	74	0, 19
2	21, 4	21	2, 47	39	1, 21	57	0, 43	75	0, 13
3	16, 6	22	2, 39	40	1, 19	58	0, 41	76	0, 16
4	12, 48	23	2, 33	41	1, 16	59	0, 40	77	0, 15
5	10, 32	24	2, 26	42	1, 13	60	0, 38	78	0, 14
6	8, 42	25	2, 20	43	1, 11	61	0, 37	79	0, 13
7	7, 41	26	2, 14	44	1, 8	62	0, 35	80	0, 11
8	6, 51	27	2, 9	45	1, 6	63	0, 34	81	0, 10
9	6, 10	28	2, 4	46	1, 4	64	0, 32	82	0, 9
10	5, 37	29	1, 59	47	1, 2	65	0, 30	83	0, 8
11	5, 9	30	1, 54	48	1, 0	66	0, 29	84	0, 7
12	4, 45	31	1, 50	49	0, 58″	67	0, 28	85	0, 6
13	4, 24	32	1, 45	50	0, 56	68	0, 27	86	0, 4
14	4, 5	33	1, 41	51	0, 54	69	0, 25	87	0, 3
15	3, 49	34	1, 38	52	0, 52	70	0, 24	88	0, 2
16	3, 35	35	1, 34	53	0, 50	71	0, 23	89	0, 1
17	3, 23	36	1, 31	54	0, 48	72	0, 21	90	0, 0
18	3, 12								

А дабы сообщить здѣсь нѣкоторое понятiе о преломленiи лучей зрѣнiя во время прохожденiя ихЪ изЪ одного жидкаго тѣла вЪ другое; то надлежитЪ сдѣлать слѣдующiй опытЪ: взявЪ пустой стеклянной сосудЪ ABCD (*фиг.* 127), на днѣ ко-

тогда остатокъ 61°, 43′, 54″, покажетъ истинную высоту Солнца. Но поелику Солнце М въ тотъ день находилось въ самой дальнѣй-

---

тораго утвержденъ размѣръ линѣй Англинскаго дюйма, поставь близь его столбикъ EF съ имѣющеюся на верхнемъ его концѣ дощечкою, у которой провернута дирочка, въ такомъ разстояніи, чтобы смотря сквозь дирочку Е и чрезъ край В сосуда ABCD можно было видѣть на размѣрѣ *на прим.* точку *r* въ прямой линѣи EB*r*. Потомъ прикажи въ сосудъ наливать воду; тогда смотря сквозь дирочку Е увидишь, что по мѣрѣ возвышенія воды будутъ открываться линѣи размѣра отъ точки *r* къ *c*; ибо тогда лучь EB*d* зрѣнія, дойдя до поверхности GH воды, и переломившись въ точкѣ *d*, наклонится къ перпендикуляру *ab*; а чрезъ то самое видима будетъ на размѣрѣ DC точка *c*, на нѣсколько линѣй отъ точки *r* удаленная. Естьли же нальется воды до высоты DR, то лучь зрѣнія E*or*, дойдя до поверхности воды QR, переломится въ точкѣ *o*, и простираясь по линѣи *ot*, параллельной къ *dc*, откроетъ точку *t* еще далѣе отъ точки *r*, такъ что разстояніи *rc* и *rt* размѣра будутъ въ содержаніи высотъ CH и CQ налитой воды въ сосудѣ. Естьли же сей сосудъ поставится въ темной комнатѣ такимъ образомъ, чтобы сквозь диру, сдѣланную на затворѣ окна, пропущенной лучь солнца проходилъ сквозь дирочку Е и чрезъ край сосуда ABCD, то оной простираться будетъ въ пустомъ сосудѣ по прямой линѣи EB*r*; естьли же наливаема будетъ въ сосудъ вода, то произойдутъ тѣ же самыя явленія, какія и прежде показаны были. Но естьли сосудъ наполнится водою до высоты DG, потомъ сверхъ оной нальется какого нибудь другаго легчайшаго или меньше плотнѣйшаго жидкаго тѣла, *на прим.* терпентиннаго масла до высоты CQ, то лучь Солнца, дойдя до точки *o* поверхности масла, переломится и простираться будетъ по линѣи *on*, наклонясь къ пер-

шей точкѣ Еклиптики, и потому склоненіе его было $= 23^\circ, 28'$, то вычтя сіе количество изъ найденнаго угла KPE, означающаго высо-

---

пендикуляру *ob* меньше, нежели въ водѣ; дойдя же до точки *n*, на поверхности GH воды, сдѣлаетъ другое преломленіе по линѣи *ne* параллельной къ *dc*, то есть солнечной лучь E*one*, проходя сквозь два жидкія неровной плотности тѣла, означать будетъ ломаную линѣю *one*.

Когда же сосудъ ABCD перегородится на двое плоскостію NPST, а потомъ наполня одну его половину ATPD терпентиннымъ масломъ, а другую BTPC водою, смотрено будетъ чрезъ двѣ скважины L и M, горизонтально и въ прямой линѣи съ размѣромъ QC и центромъ цилиндра поставленныя; то казалось бы, что лучь зрѣнія LMI долженъ, переломившись у поверхности масла въ точкѣ I простираться ниже горизонтальной линѣи LMK *на прим.* по линѣи I*m*, а переломясь у поверхности воды въ точкѣ *k*, слѣдовать по линѣи *kh*; но поелику лучь зрѣнія LMIK, на поверхность сосуда и на плоскость NPST падаетъ перпендикулярно, то оной въ семъ случаѣ никакого преломленія претерпѣвать не будетъ, но пройдя чрезъ два неровной плотности тѣла, покажетъ точку K въ одинакомъ возвышеніи съ точками L и M.

Но поелику воздухъ есть жидкое и упругое тѣло, окружая землю, составляетъ Атмосферу оной изъ великаго числа слоевъ, изъ коихъ, какъ-то по опытамъ извѣстно, самой плотной слой есть прилегающій къ поверхности земли, а чѣмъ далѣе отъ оной, тѣмъ плотность прочихъ постепенно уменьшается, и наконецъ совсемъ изчезаетъ, такъ что Атмосфера земли простирается токмо до нѣкоторой извѣстной высоты. Изъ чего явствуетъ, что лучь Солнца или

ту солнца, получится уголъ возвышенія Экватора надъ горизонтомъ GN даннаго мѣста P = 38°, 15′, 54″; а наконецъ вычтя сіе количество изъ 90°, получится требуемая широта мѣста P = 51°, 44′, 6″.

Таковое наблюденіе, учинить можно предъ днемъ или на другой день вступленія Солнца въ знакъ Рака; ибо и тогда послѣдуетъ погрѣшность недостаточная не болѣе какъ отъ 2 до 3 секундъ.

Высоту солнца можно измѣрять и посредствомъ астролабіи, естьли только на концѣ подвижнаго діоптра будутъ назначены части, измѣряющія уголъ до 3 минутъ, такимъ образомъ: поставя астролабію вертикально, такъ

лучь нашего зрѣнія, въ косвенномъ только прохожденіи всѣхъ слоевъ Атмосферы изъ одной плотности въ другую, нечувствительнымъ своимъ преломленіемъ составляетъ кривую линѣю, понижающуюся отъ горизонтальной линѣи, которая къ кривой линѣи, лучемъ зрѣнія произведенной, будетъ касательная. Знатнѣйшими Математиками изслѣдовано, что уголъ горизонтальнаго преломленія лучей зрѣнія пропростирается отъ 32′ до 33′; по сей-то причинѣ, когда Солнце находится на 32′ или на 33′ своего круга ниже горизонта, тогда мы его видимъ уже на самомъ горизонтѣ, то есть, около $2\frac{1}{4}$ мунутъ времени прежде, нежели оно дѣйствительно придетъ на горизонтальную линѣю земли: но чѣмъ оно выше подымается отъ горизонта, тѣмъ уголъ преломленія лучей уменьшается, и наконецъ упадая на поверхность земли перпендикулярно, ни какого преломленія не имѣетъ, какъ-то изъ предложенной таблицы видно.

чтобы плоскость ея находилась въ плоскости меридіана даннаго мѣста P, то есть прямо противъ назначенной полуденной линѣи, и направя неподвижной діоптръ параллельно горизонту должно наблюдать, какъ скоро тѣнь отъ шестика, поставленнаго на южномъ концѣ полуденной линѣи будетъ находиться на полуденной линѣи то (положивъ подъ волосокъ подвижнаго діоптра черненую карточку) въ самое то время, направя подвижной діоптръ узкимъ разрѣзомъ прямо на Солнцѣ M, такъ чтобы волосокъ, подъ коимъ подложена карточка, находился посрединѣ свѣтлой полосы, падающей отъ солнечныхъ лучей сквозь узкой прорѣзъ направленнаго діоптра; по томъ сосчитавъ отъ неподвижнаго до подвижнаго діоптра число град. и минут. получится уголъ KPE возвышенія Солнца, изъ коего вычтя 23°, 28′ наклоненіе Еклиптики, получится возвышеніе Экватора; наконецъ вычтя сей уголъ изъ 90° получится требуемая широта мѣста P.

Доказ. Поелику у земнаго центра C, угла DCP измѣрять не можно, то смотрѣно на Солнце M изъ точки P, котораго самое большое тогдашнее разстояніе отъ земли содержитъ въ себѣ 146 милліоновъ верстъ, и поперешникъ Солнца во 112 разъ больше поперешника земли (*); по сей причинѣ линѣя PK отъ Солнца

(*) Въ сравненіи содержанія сихъ количествъ земля не что иное есть, какъ конопляное зерно (полагая поперешникъ въ $\frac{3}{4}$ линѣи Аглинскаго дюйма) находящееся въ 11 саженяхъ отъ такого шара, коего поперешникъ въ $8\frac{2}{5}$ дюйма.

простирающаяся, въ разсужденіи столь великаго отдаленія земли отъ Солнца и малости ея противъ онаго, безъ чувствительной погрѣшности почесться можетъ параллельною къ продолженному полупоперешнику FC Эклиптики; по сему вымѣренной уголъ KPE = MHE (*геом.* § 43 *слѣд.* 1). Но какъ изъ центра C чрезъ касательную точку P проведенная линѣя CP перпендикулярна къ горизонтальной GEN; то уголъ PEC + PCE = 90°, также уголъ MHE = HEC + HCE; по сему, когда изъ угла MHE или EPK вычтется уголъ MCE или HCE, означающей возвышеніе Еклиптики, то останется уголъ PEC = углу NET, означающему возвышеніе Экватора SET надъ горизонтомъ GEN даннаго мѣста P; слѣдовательно, когда уголъ PEC вычтется изъ 90°, то получится уголъ PCD, изъявляющей требуемую широту мѣста P.

Съ таковою же вѣрностію найти можно широту мѣста и во время малоденствія, когда Солнце вступитъ въ знакъ ♑ *козерога*, что бываетъ около 10 числа Декабря мѣсяца; но токмо найденную высоту Солнца должно съ возвышеніемъ Еклиптики сложить, и сумму градусовъ съ минут. изъ 90° вычесть, тогда получится требуемая широта мѣста P.

Прибавл. Поелику при таковыхъ наблюденіяхъ, производимыхъ только два раза въ годъ, легко случится можетъ, что предписанные дни могутъ быть мрачны, въ кои и надлежащаго наблюденія учинить будетъ не можно; то дабы широту мѣста находить можно было во всякое время, предлагается здѣсь слѣдую-

щее общее правило: *на прим.* положимъ, требуется найти широту такого мѣста, коего долгота по § 153 найдена 65°, 42½ мин. и что наблюденiе должно было учинить 1797 года Апрѣля 27 дня, когда Солнце во время пришествiя на Петербургской меридiанъ, (какъ-то въ мѣсяцословѣ значитъ) находилось въ знакѣ ♉ *тѣльца* 18° 12′: но поелику долгота даннаго мѣста 17° и 43 минутами, а во времени однимъ часомъ 10 минутами и 52 секундами восточнѣе Петербурга, то по предыдущему предваренiю найдется, что Солнце во время пришествiя на меридiанъ даннаго мѣста P находилось въ знакѣ ♉ на 18°, 9′, 34″; слѣдовательно отъ начала знака *овна* перебѣжало оно 48°, 9′, 34″; и по тому же предваренiю сыщется склоненiе Солнца отъ Экватора 17°, 15′, 28″. И такъ положимъ, что по правилу, въ сей задачѣ предписанному, найдена видимая высота Солнца, то есть уголъ KPE = 60°, 54′, 54″; то прiискавъ въ предложенной выше сего таблицѣ уголъ преломленiя солнечнаго луча, соотвѣтствующiй 60° высоты Солнца, который будетъ 38″, вычти изъ угла найденной высоты, тогда получится подлинная высота Солнца 60°, 54′, 16″; по томъ когда изъ сего количества вычтется склоненiе Солнца, то есть 17°, 15′, 28″, то получится возвышенiе Экватора надъ горизонтомъ даннаго мѣста P = 43°, 38′, 48″; наконецъ вычтя сiе количество изъ 90° получится требуемая широта даннаго мѣста P = 46°, 21′, 12″.

Примѣч. Естьли наблюденiе сѣверной широты учинено будетъ послѣ осенняго равноденствiя, то найденное склоненiе Солнца надлежитъ къ найденной

высотѣ Солнца придать; а по томъ сумму градусовъ означающую возвышеніе экватора изъ 90° вычесть, тогда получится требуемая широта даннаго мѣста; ибо Солнце послѣ осенняго равноденствія будетъ находится въ противной сторонѣ экватора, и слѣдовательно въ разсужденіи сѣвернаго полушарія ниже экватора.

§ 156. ЗАДАЧА. *Сочинить географическую карту, какой либо губерніи.* фиг. 129 я.

Рѣшен. Хотя сочинении географическихъ картъ суть многоразличны, однакожъ сперва предложимъ мы здѣсь такое правило, посредствомъ коего составленіе географическихъ картъ съ естественнымъ положеніемъ поверхности земной имѣетъ ближайшую сходственность.

Ежели межевые планы владѣльческихъ дачь цѣлой губерніи съ надлежащею вѣрностію сочинены, и истинные меридіаны на нихъ назначены, также сѣверныя долготы и широты уѣздныхъ и губернскаго городовъ найдены, тогда сочиняется географическая карта губерніи основываясь на слѣдующемъ: дабы сочиненіе географической карты елико возможно соотвѣтствовало точности естественнаго положенія земной поверхности; то представимъ себѣ, что поверхность земли, меридіанами и параллелями экватора, чрезъ каждой градусъ проведенными, раздѣлена на трапеціи, а при полюсахъ на треугольники, изъ коихъ каждое пространство хотя и составляетъ сферическую или выпуклую поверхность, однакожъ въ разсужденіи великости земли, тѣ малыя между величиною градусовъ заключающіяся пространства, безъ всякой чувствительной погрѣшности можно принять за плоскости Геометрическія, коихъ бока

суть прямыя линѣи, означающiя величину градусовѣ извѣстной широты и долготы. По сей причинѣ, когда всѣ таковыя трапецiи, занимающiя на поверхности земной пространство неболѣе какѣ отѣ 10 до 12 градусовѣ долготы и широты, положатся на плоскости горизонтальной, соединяясь смѣжными боками одна сѣ другою; то сумма ихѣ составитѣ плоскую поверхность предписанной части земной поверхности. Но поелику величина градуса Экватора кѣ величинѣ градуса какой либо извѣстной широты параллели онаго, какѣ цѣлой синусѣ кѣ косинусу того же угла; то положивѣ, что пространство Губернiи простирается отѣ 57 до 61 град. сѣверной широты; сперва надлежитѣ опредѣлить величины градусовѣ параллелей Экватора, между тѣми предѣлами заключающихся такимѣ образомѣ: взявѣ сѣ прiуготовленнаго для географической карты размѣра 103⅓ версты, то есть, величину градуса Экватора, равнаго градусу меридiана, по новѣйшимѣ измѣренiямѣ найденную (прiемля землю за совершенный шарѣ), опиши четверть круга ABC (*фиг.* 128), на которомѣ назначивѣ исправнымѣ траспортиромѣ величину дугѣ *Ba*, *Bc* и проч. отѣ 57 до 61 град., изѣ точекѣ *a*, *c* и проч. опусти на радiусѣ AC перпендикуляры *ae*, *cn* и проч., кои будучи косинусы помянутыхѣ дугѣ, опредѣлятѣ величину каждаго градуса сѣверной широты отѣ 57 до 61 град. По томѣ для изображенiя географической карты надлежитѣ учинить слѣдующее прiуготовленiе: назначивѣ на бумагѣ неопредѣленную

линѣю AB (*фиг.* 129), проведи чрезъ точку A линѣю EF, перпендикулярно къ AB; сдѣлай AE и AF равны половинѣ косинуса *ae* широты 57° (*фиг.* 128). Изъ точекъ E и F, раствореніемъ $103\frac{1}{3}$ версты, то есть величиною одного градуса меридіана, съ размѣра взятою, опиши дуги *x* и *y*, и въ разстояніи половины косинуса 58°, отъ линѣи AB проведи по обѣ стороны линѣи параллельно къ AB, кои бы пересѣклись съ тѣми дугами въ точкахъ G и H; точки G и H соедини прямою линѣею GH, которая будетъ равна косинусу 58°, то есть равна величинѣ градуса широты 58°; наконецъ соединя точки E и G, F и H прямыми линѣями, получится трапеція EGHF, изображающая поверхность земли, въ предѣлахъ одного градуса широты и долготы заключающейся. Такимъ же образомъ начерти трапецію GHKI на линѣи GH, чтобы IK была равна косинусу 59°, и такъ продолжай далѣе начертятся прочія трапеціи, наблюдая притомъ чтобы VO равна была косинусу 60° и проч., чрезъ что изобразится полоса ELMF земной поверхности, отъ 57° до 61° сѣверной широты, заключающейся между двумя меридіанами EL и FM, отстоящими одинъ отъ другаго на одинъ градусъ долготы. A дабы по обѣ стороны сей полосы начертить таковыя же трапеціи, то изъ точки M, раствореніемъ LM опиши дугу, а изъ точки O раствореніемъ VM опиши другую дугу, пересѣкающуюся съ первою въ точкѣ P, изъ которой также разтвореніемъ MO опиши дугу, а изъ точки O раствореніемъ OV пересѣки оную

въ точкѣ R; по томъ соединя точки P, R и O прямыми линѣями, получится трапеція OMPR = LMOV; также изъ точки R раствореніемъ OK опиши дугу, а изъ точки K раствореніемъ KI пересѣки оную дугу въ точкѣ S, проведи линѣи RS и KS, получится трапеція ORSK, и такъ продолжая далѣе черченіе трапецій по обѣ стороны первой полосы ELMF, получится такъ называемая *географическая рѣшетка*, на которой должна изобразиться географическая карта предположенной губерніи (*). Теперь положивъ, что губернскій городъ N, по наблюденіямъ геодезиста, лежитъ подъ 48°, 25′ долготы, считая отъ феррскаго меридіана, и подъ 58°, 23′ сѣверной широты; представимъ себѣ, что меридіанъ YU означаетъ долготу 48°, а параллель PQ экватора есть сѣверная широта 58°; то дабы опредѣлить точку пресѣченія 58°, 23′ долготы и 48°, 25′ широты, означаемую положеніе города N надлежитъ взять циркулемъ $\frac{25}{60}$ или $\frac{5}{12}$, какъ отъ градуса PQ такъ и отъ градуса XZ, и положивъ отъ P до *m* и отъ X до *n*, провесть линѣю *nm*, по томъ взявъ циркулемъ $\frac{23}{60}$ отъ линѣи *mn* или $103\frac{1}{3} \times \frac{23}{60} = 39\frac{11}{18}$ версты съ размѣра, положи отъ *m* до N; тогда сія точка означать будетъ положеніе города N.

(*) Для вѣрнѣйшаго сочиненія Географическихъ картъ рѣшетка составляется изъ такихъ трапецій, коихъ основаніе $Ae = \frac{1}{6}$ EF и $Ch = \frac{1}{6}$CH, то есть, каждая изъ параллельныхъ линѣй *Ae* и *Ch* содержитъ въ себѣ по 10 минутъ параллели экватора, а бока CA и *he* = одному градусу меридіана.

По томъ всѣ специіальные межевые планы, заключающіе пространство между городомъ N, и другимъ какимъ нибудь уѣзднымъ городомъ *на прим.* Б, соединя смѣжными боками вмѣстѣ, проведи чрезъ нихъ отъ города N до Б прямую линѣю, и подъ какимъ румбическимъ угломъ оная будетъ имѣть свое положеніе, вымѣряй исправно транспортиромъ: *на прим.* положимъ, что на планахъ проведенная линѣя лежитъ на румбѣ N-O = $72\frac{3}{4}$ град.; то нанеся транспортиромъ у точки N рѣшетки, румбической уголъ N-O = $72\frac{3}{4}$ град. проведи до меридіана QZ прямую линѣю Nq; по томъ у точки q, сдѣлавъ такой же величины уголъ, проведи между меридіанами прямую линѣю ql и такъ далѣе продолжай назначеніе сей линѣи, подъ однимъ румбическимъ угломъ у каждаго меридіана назначаемымъ, до тѣхъ поръ, пока сумма всѣхъ сихъ линѣй, нечувствительнымъ своимъ наклоненіемъ, составляющихъ кривую линѣю, будетъ равна прямой линѣи, чрезъ всѣ межевые планы проведенной; тогда другой конецъ сей кривой линѣи, на рѣшеткѣ назначенной, означать будетъ мѣсто города Б (*).

Послѣ сего принявъ въ разсужденіе другой ближайшій уѣздной городъ T, коего найден-

(*) Ежели долгота и широта города Б съ надлежащею вѣрностію найдена, то положеніе онаго удобнѣе назначать на рѣшеткѣ, также какъ и города N; ибо когда межевыя планы вѣрны, то конецъ назначаемой линѣи, непремѣнно соединится съ точкою Б; а въ противномъ случаѣ, окажется, что сочиненіе межевыхъ плановъ учинено безъ всякаго наблюденія.

ная сѣверная широта 59°, 17′, а долгота 50°, 49′, назначь какъ и прежде на рѣшеткѣ точку Т, соотвѣтствующую широтѣ и долготѣ онаго города; по томъ проведя отъ города N до Т чрезъ межевые планы прямую линѣю, которая пусть будетъ имѣть румбъ N-O = $54\frac{1}{4}$ град., надлежитъ подъ симъ угломъ, у каждаго меридiана рѣшетки назначаемымъ, провести показаннымъ образомъ кривую линѣю равную прямой линѣи, на межевыхъ планахъ проведенной; тогда другой ея конецъ долженъ притти прямо въ назначенную точку Т; а въ противномъ случаѣ, или разстоянiе между городами N и Т не вѣрно, или широта и долгота мѣста наблюдена не исправно.

Наконецъ отъ города Т до Б проведи также на межевыхъ планахъ прямую линѣю, и подъ какимъ она румбическимъ угломъ находиться будетъ, подъ такимъ же угломъ при каждомъ меридiанѣ назначаемымъ, должно отъ Б до Т назначить кривую линѣю, равную прямой на межевыхъ планахъ проведенной, чрезъ что означится треугольникъ NБТ, заключающiй въ себѣ пространство, между тремя городами находящееся.

Такимъ же образомъ и всѣхъ другихъ уѣздныхъ городовъ, П, Г, Д и проч. либо по извѣстнымъ широтамъ и долготамъ, или чрезъ составленiе треугольниковъ назначаемыми на рѣшеткѣ линѣями надлежитъ опредѣлить положенiе, тѣмъ городамъ соотвѣтствующее; и когда все сiе съ исправностiю учинено будетъ, тогда въ каждой показаннымъ образомъ изъ

кривыхъ линѣй составленной треугольникъ NБТ, NГП, NБГ, и проч., по предписанному правилу переносятся изъ треугольника на межевыхъ планахъ назначеннаго, всѣ села, деревни и изображаются на соотвѣтственныхъ мѣстахъ рѣки, озера, горы, долины, лѣса и проч. словомъ все то, что находится на межевыхъ планахъ, и что только по уменьшенному размѣру помѣщено быть можетъ. Или основываясь на тѣхъ линѣяхъ, кои на рѣшеткѣ означаютъ соединеніе двухъ городовъ, переносятся на Географическую карту цѣлыя владѣльческія дачи съ ихъ подробными изображеніями, и чрезъ то самое составляется Географическая карта цѣлой губерніи.

Примѣч. Для вѣрнѣйшаго сочиненія Географической карты цѣлой губерніи, сперва надлежитъ сочинить Географическія карты каждаго уѣзда порознь, составляя рѣшетку изъ трапецій A*Cba*, A*Che и проч.* въ 10 минутъ долготы и въ одинъ градусъ широты по большому размѣру; а потомъ уже съ легчайшею удобностію посредствомъ таковыхъ уѣздныхъ картъ составлена быть можетъ Географическая карта цѣлой губерніи по такому размѣру, по какому будетъ угодно.

Прибавл. I. Поелику во многихъ географическихъ картахъ меридіаны означаются прямыми линѣями AB, AC и проч. (*фиг.* 130) соединяющимися въ точку A, полюсъ земнаго шара представляющую, изъ которой, какъ изъ центра, взявъ за радіусъ линѣю AB равную потребному числу градусовъ меридіана, описывается дуга BCD, означающая параллель Экватора во столько градусовъ, сколько ихъ пространство губерніи или цѣлаго государ-

ства по долготѣ своей занимаетъ; и чрезъ каждой или чрезъ десятки градусовъ сей дуги проводятся въ точку A меридіаны AE, AC и проч.; по томъ полагая отъ B къ A величину градуса меридіана, изъ того же центра A описывается столько дугъ BD, KL и проч. на сколько градусовъ пространство губерніи по широтѣ земли простирается; то таковое изображеніе географическихъ картъ, показываетъ токмо разстояніе, на сколько градусовъ и минутъ одно мѣсто отстоитъ отъ другаго, но съ естественнымъ положеніемъ поверхности земной (въ разсужденіи подлиннаго разстоянія мѣстъ) никакого сходства не имѣетъ; ибо посредствомъ таковаго изображенія, земной шаръ представляется составленнымъ изъ двухъ конусовъ (*Гео.* § 390), основаніями своими соединенныхъ вмѣстѣ, коихъ общая окружность соединенія означаетъ Экваторъ; по сему величина градусовъ EC, FG и проч. параллелей Экватора, находятся въ умаляющейся Ариѳметической прогрессіи, и слѣдовательно каждое пространство четверосторонника EFGC, IHFG и проч. чѣмъ далѣе къ полюсу приближается, тѣмъ болѣе по долготѣ своей EC, FG и HI становится уже. Изъ сего явствуетъ, что при сочиненіи таковыхъ картъ, каждое пространство четверосторонника *на прим.* GHKI (*фиг.* 129) подлинною величиною градусовъ по размѣру ограниченнаго, со всѣми начертанными въ немъ мѣстоположеніями, помѣщается во всякую изъ предписанныхъ трапецій *на прим.* FGIH (*фиг* 130) по особливому раз-

мѣру для того приготовляемому; коего величина, къ величинѣ размѣра 129 фигуры, по долготѣ должна содержаться какъ величина градуса FG къ величинѣ градуса GH.

Прибавл. II. Сочиненіе Географическихъ картъ основывается еще и на правилахъ *проспективы: на прим.* ежели представимъ себѣ, что должно изобразить проспективую, части EbFd (*фиг.* 131.) земной поверхности плоскостію отрѣзанной, положивъ при томъ, что на окружности круга ABKC, проходящаго чрезъ средину сѣченія EbFd, находящійся въ точкѣ A глазъ смотритъ чрезъ всю толстоту земли, на часть поверхности земной EbFd (такъ какъ бы сіе случиться могло, когда бы земля была прозрачна); тогда всѣ лучи зрѣнія, истекающіе ко всѣмъ точкамъ окружности EbFd сѣченія, изобразятъ конусъ AEFA, имѣющій основаніе кругъ EbFd. А когда представимъ себѣ, что чрезъ центръ D земнаго шара, проведется діаметръ ADK, и земной шаръ разрѣжется плоскостію BMCN, перпендикулярною къ діаметру AK; тогда смотрящему глазу A, на семъ разрѣзѣ, то есть на воображаемой плоскости круга BMCN представится проспективая GaHc сѣченія EbFd со всѣми въ немъ заключающимися мѣстоположеніями (которая также и *проекціею* называется), означающая всегда кругъ, лишъ бы только точка A находилась на поверхности шара. Но дабы сіе доказать; то какъ уже выше положено, что діаметръ AK находится въ плоскости круга ABKC, проходящаго чрезъ центръ круга EbFd, и потому разрѣзывающаго

конусъ EAF по самой его оси на двѣ равныя части; слѣдовательно кругъ BMCN, будучи перпендикуляренъ къ діаметру AK, разрѣзываетъ также перпендикулярно, какъ кругъ ABKC, такъ и плоскость треугольника AEF, произшедшаго отъ разрѣзу конуса; по сему плоскость проспективы G*a*H*c*, къ плоскости треугольника AEF и къ оси конуса также перпендикулярна. Теперь представимъ себѣ, что чрезъ нѣкоторую точку сѣченія G*a*H*c* разрѣжется конусъ плоскостію L*a*I*c*, перпендикулярною къ его оси и параллельною къ плоскости круга E*b*F*d*; то общій разрѣзъ сѣченія G*a*H*c* съ кругомъ L*a*I*c* будетъ линѣя *ac*, перпендикулярная къ плоскости треугольника EAF (*Геом.* § 356); по сему и *oc* перпендикулярна къ діаметру LI сѣченія L*a*I*c*, которое по причинѣ подобія съ основаніемъ E*b*F*d* есть кругъ, и для того будетъ L*o* : *oc* = *oc* : *o*I (*Гео.* § 125): но поелику треугольникъ G*o*L подобенъ треугольнику I*o*H, потому что уголъ AEF, измѣряющійся половиною дуги AC + ½FC, равенъ углу GL*o*, и равенъ углу *o*HI измѣряющемуся половиною дуги AB + ½FC по причинѣ равныхъ дугъ AB и AC (*Гео.* § 73); по сей же причинѣ уголъ LG*o* = HI*o*, и уголъ L*o*G = H*o*I противуположенные, и для того будетъ L*o* : *o*H = G*o* : *o*I; а какъ въ обѣихъ пропорціяхъ крайніе члены равны, то будетъ *o*H : *o*C = *o*C : G*o* (*Ариѳ.* § 127.), гдѣ *o*C есть средняя пропорціональная между отрѣзками *o*H и G*o* діаметра GH: но поелику точка *o* взята по произволенію; то изъ сего явствуетъ, что кривая линѣя G*a*H*c*

имѣетъ тоже свойство и во всѣхъ своихъ точкахъ; слѣдовательно она есть круговая линѣя. *Геом.* § 202.

На семъ-то основываясь покажемъ мы правило, служащее для сочиненія проекціи географическихъ картъ.

Положимъ, что кругъ BECF (*фиг.* 132) будетъ первой или Феррской меридіанъ, E и F полюсы, DEKF другой, а IELF третій меридіанъ, составляющіе съ первымъ какіе нибудь углы BHD, BHI и проч.; то полагая глазъ всегда въ точкѣ A поверхности земной такъ, чтобы AG была перпендикулярна къ плоскости круга BECF, удобно видѣть можно, что кругъ ABGC чрезъ діаметръ AG проходящій будетъ Экваторъ, потому что онъ перпендикуляренъ къ плоскостямъ меридіановъ BECF DEKF и LFIE. Изъ чего удобно понять можно, что проведенные отъ глаза A лучи зрѣнія AD и AKM, AI и ALN и проч. опредѣляя въ точкахъ *p* и M, *q* и N концы діаметровъ DK и IL, составляютъ проекцію *paMb* и *qcNe* меридіанныхъ круговъ DEKF, LFIE, на одной плоскости съ кругомъ BECF; при чемъ углы DAK, или *p*AM, IAL или *q*AN всегда будутъ прямые, и величина діаметровъ *p*M, и *q*N черченіемъ или тригонометрическимъ вычисленіемъ найдена быть можетъ, потому что въ прямоугольномъ треугольникѣ A*p*H, по извѣстному углу DAG измѣряющемуся половиною дуги DG, означающему разстояніе отъ D до G, также и боку AH, представляющему радіусъ земнаго шара; найдется разстояніе *p*H; равномѣрно, по причинѣ прямоугольнаго треуголь-

ника AMH, вѣ которомѣ какѣ уголѣ HAM, служащей дополненiемѣ угла HAp до 90°, такѣ и бокѣ AH намѣ извѣстны, найдена быть можетѣ и часть HM; а потому и величина дiаметра pM будетѣ извѣстна. Отсюда происходитѣ правило, посредствомѣ коего на картахѣ назначиваются меридiаны такимѣ образомѣ:

Взявѣ произвольную линѣю AH (*фиг.* 133) за радiусѣ земли, опишемѣ кругѣ ABGC первой меридiанѣ представляющiй, и по проведенiи чрезѣ центрѣ H линѣи BCMN перпендикулярно кѣ дiаметру AG, раздѣлимѣ сей кругѣ на градусы, начиная отѣ точки B кѣ G; то полагая AG земною осью, удобно видѣть можно, что дiаметрѣ BC долженѣ быть Экваторѣ: но какѣ плоскость Экватора по положенiю глаза вѣ точкѣ A (*фиг.* 132) проходитѣ чрезѣ глазѣ, то проекцiя его ни что иное, какѣ прямая линѣя. А дабы имѣть проекцiи меридiановѣ DEKF, LFIE и проч., отстоящихѣ отѣ перваго меридiана BECF *на прим.* на 5°, на 10° и проч.; то отмѣтя отѣ точки B (*фиг.* 133) до D и отѣ D до I и проч. по 5° или по 10°, проведи линѣи AD, AI и проч., кои, пересѣкая дiаметрѣ BC, опредѣлятѣ первые концы p и q дiаметровѣ, проекцiи меридiановѣ. А когда изѣ точки A, поставятся на линѣяхѣ Ap и Aq перпендикуляры AM и AN, то оные, пересѣкая продолженную линѣю BC вѣ точкахѣ M и N, опредѣлятѣ и самые дiаметры pM, qN проекцiи меридiановѣ, такѣ что на дiаметрахѣ pM и qN, описавѣ круги, коихѣ окружности по причинѣ прямыхѣ угловѣ pAM, qAN и проч. проходя

чрезъ полюсы A и G и чрезъ концы *p* и *q* діаметровъ *p*M и *q*N, будутъ означать посредствомъ своихъ дугъ A*p*G и A*q*G половину меридіановъ, отстоящихъ отъ перваго меридіана ABG по 5° или по 10°, и такъ далѣе.

Для изображенія же проекціи параллелей Экватора, положимъ что BRDQ (*фиг.* 134.) есть первый меридіанъ и ARCQ Экваторъ, то параллели онаго будутъ ничто иное, какъ круги EF*d*, K*d*LH, перпендикулярные къ BRDQ. Ежели изъ точки A къ точкамъ E и F, K и L, въ коихъ параллели пересѣкаютъ кругъ ABCD, перпендикулярной къ первому меридіану, вообразимъ проходящіе лучи зрѣнія AF и AE, AL и AK; то опредѣлятся діаметры HM и PN круговъ EF*d* и K*d*LH, проекціи параллелей представляющихъ; и слѣдовательно части *a*H*b* и *c*P*e*, въ одной плоскости заключающіяся, суть проекціи половины параллелей EF*d* и K*d*LH, стоящихъ надъ плоскостію BRDQ. Точки *a* и *b*, *c* и *e* удобно опредѣлиться могутъ потому, что HI есть бокъ прямоугольнаго треугольника AIH, противолежащій углу A, половиною широты EC измѣряющемуся; AI есть бокъ тогоже треугольника; также IM есть бокъ прямоугольнаго треугольника AMI, противолежащій углу A половиною дополненія до 180° широты AF измѣряющемуся, и AI также извѣстна; тоже и о діаметрѣ PN разумѣть должно. Отсюда для начертанія параллелей происходитъ слѣдующее правило:

На первомъ меридіанѣ отъ Экватора BC (*фиг.* 133) отмѣтивъ дугу BE или BF равную

широтѣ параллели, и изъ точекъ E и F чрезъ ось AG проведи перпендикулярно FK и EL, по томъ отъ конца C Экватора, чрезъ E и L, F и K проведемъ COE, CLP и CTF, CKR до пресѣченія съ продолженнымъ діаметромъ AG, въ P и R; по томъ взявъ PO и RT за діаметры проекціи опишемъ круги, которыхъ части EOL и FTK въ кругѣ ABGC заключенныхъ, будутъ проекціи параллелей, и такъ далѣе. Наконецъ по начертаніи проекцій всѣхъ меридіановъ и параллелей Экватора, въ каждомъ четвеpосторонникѣ такой рѣшетки, изображаются всѣ главныя мѣстоположенія, полагая ихъ въ соразмѣрномъ разстояніи съ тѣхъ Географическихъ картъ, кои по первому правилу, въ рѣшеніи сей задачи показанному, изображены были (*).

Тѣ же самыя правила употребляются при сочиненіи картъ съ подробнымъ изображеніемъ мѣстоположеній, которыя не цѣлое полушаріе, но токмо знатную часть онаго представляютъ: какъ-то *Европу*, *Азію*, *Африку*, *Америку* или какого либо пространнаго государства, и проч.

Примѣч. Хотя есть еще и другіе способы, служащіе къ сочиненію Географическихъ картъ; но дабы описаніемъ тѣхъ правилъ не увеличить числа сихъ листовъ, то они здѣсь и не сообщаются.

(*) Для таковаго начертанія меридіановъ и параллелей Экватора, составляющихъ рѣшетку Географической карты, вмѣсто простаго циркула употребляется деревянной треугольной или пятиугольной брусокъ, на одномъ концѣ котораго прикрѣпляется неподвижная мѣдная гайка съ круглою острою ножкою, а на другомъ находится подвижная гайка, въ которую вставливается карандашная трубка или рейсфедеръ (*графильное перо*).

О нивилированiи или *уравненiи мѣстъ.*

§ 157. *Опредѣл.* *Нивилированiе* или *уравненiе* двухъ мѣстъ есть способъ, посредствомъ уровня, находить чѣмъ одна точка поверхности земной выше другой, то есть чѣмъ одна точка далѣе отъ центра земнаго шара, нежели другая.

§ 158. *Опредѣл.* *Уровенъ* или *ватерпасъ* есть орудiе, показующее положенiе касательной линѣи большаго круга земнаго шара на каждомъ мѣстѣ.

Примѣч. Хотя мы уже въ § 127 видѣли, что земля къ полюсамъ сплюснута, а подъ Экваторомъ возвышена; однакожъ прiемля оную за совершенный шаръ, въ уравненiи двухъ точекъ поверхности земной, не можетъ произойти никакой погрѣшности; ибо поперешникъ Экватора превосходитъ земную ось только $\frac{1}{179}$ частiю своей длины; по сей причинѣ, когда возмется средняя ариѳметическая линѣя между оными за дiаметръ земнаго шара, то погрѣшности, раздѣляяся по всей земной поверхности сдѣлаются нечувствительны, тѣмъ болѣе, что при нивилированiи берутся въ разсужденiе дуги большаго круга весьма малыя. Слѣдовательно почитая землю совершеннымъ шаромъ, избѣгаемъ многотрудныхъ и безполезныхъ выкладокъ, и чрезъ то приближаемся къ истинной точности, не меньше какъ бы и о подлинной фигурѣ земли довело насъ разсужденiе.

§ 159. *Опредѣл.* Касательная линѣя AGB къ окружности большаго круга земнаго шара BED, называется *мысленная горизонтальная линѣя* (*фиг.* 135); на противъ того дуга BFD того же круга именуется *истинная горизонтальная линѣя.*

§ 160. *Опредѣл.* Уровни или ватерпасы раздѣляются на два рода: въ первомъ содер-

жатся тѣ, коихъ сложеніе основано на линѣи мысленно проведенной по поверхности стоящей воды или другаго жидкаго тѣла; въ другомъ родѣ сложеніе ихъ зависитъ отъ отвѣсу.

§ 161. *Описаніе уровней перваго роду.*

I. Самой простой уровень состоитъ изъ мѣдной или жестяной, по концамъ перпендикулярно загнутой пустой трубки AB (*фиг.* 136), длиною отъ 3хъ до 4хъ футовъ, толщиною въ одинъ или въ $1\frac{1}{2}$ дюйма. Въ концы перпендикулярныхъ трубокъ AC и BD, утверждаются стеклянныя трубки F и G, отъ 5ти до 6ти дюймовъ длиною. Средина сего прибора припаивается къ трубкѣ E, которою уровень накладывается на деревянную ножку H. При употребленіи сего уровня, въ одну изъ трубокъ *на прим.* F наливается простая или подкрашеная вода, которая проходя по пустотѣ трубки FAB наполняетъ трубку G до такой высоты, до какой она поднимется и въ трубкѣ F; слѣдовательно когда смотрѣно будетъ чрезъ поверхность воды обоихъ трубокъ, то точки *a* и *b* линѣи *abc*, чрезъ поверхность воды проведенной, означать будутъ мысленную горизонтальную линѣю.

II. На концахъ мѣдной полосы AB (*фиг.* 137), длиною въ одинъ или $1\frac{1}{2}$ фута, привинчиваются перпендикулярно мѣдныя дощечки C и D, изъ коихъ въ одной D находится параллелограмная скважина *a*, съ имѣющимся посрединѣ ея параллельно къ поверхности полосы AB натянутымъ волоскомъ. Въ прямой линѣи съ симъ волоскомъ просверливается

весьма малая круглая дирочка *e*. Въ другой дощечкѣ C утверждается подвижная дощечка, у которой противъ дирочки *e* находится параллелограмная съ волоскомъ скважина равная *a*, а противъ сей скважины *a* имѣется круглая дирочка. Сія подвижная дощечка посредствомъ винта *b* можетъ подниматься къ верху и опускаться къ низу. По длинѣ полосы AB, къ поверхности ея прикрѣпляется стеклянная мѣдью оправленная трубка E, налитая спиртомъ, нѣсколько не полна и съ обѣихъ сторонъ запаенная, въ которой оставшейся небольшой пузырекъ воздуху, стояніемъ своимъ на срединѣ *d* показываетъ горизонтальное положеніе полосы AB. Дирочка *e* съ волоскомъ, дощечки C, посредствомъ винта *b* приводится также въ горизонтальное положеніе. Линѣя *kh* чрезъ дирочку *e* и противуположенной волосокъ проходящая, именуется *ось* или *линѣя зрѣнія*, долженствующая показывать мысленную горизонтальную линѣю, и слѣдовательно параллельна полосѣ AB. Къ нижней части полосы AB прикрѣпляется подставка F съ мѣдною же полоскою *n*, къ срединѣ которой припаивается трубка H. Одинъ конецъ полоски *n* прикрѣпляется шарнѣеромъ въ концѣ подставки F; а сквозь другой пропускается винтъ G, въ скобкѣ *r* свободно вертящійся, посредствомъ коего трубка E приводится въ горизонтальное положеніе. Весь сей приборъ для горизонтальнаго обращенія накладывается трубкою H на троеножную подставку и къ ней винтомъ P прикрѣпляется.

III. Но какъ чрезъ дирочку *e* и волосокъ дощечки C на большемъ разстояніи предметовъ усматривать не можно, то подобной оному уровень дѣлается съ зрительною трубкою, длиною отъ $1\frac{1}{2}$ до 2 футовъ, которая въ подобныхъ перпендикулярныхъ дощечкахъ C и D утверждается. Въ срединѣ сей трубки у предмѣтнаго стекла укрѣпляются крестообразно два волоска, или на самомъ стеклѣ искусствомъ назначаются двѣ крестообразныя линѣи, изъ коихъ одна означаетъ отвѣсную, а другая горизонтальную линѣю, и пересѣчка оныхъ находится на самой оси трубки, то есть на линѣи проходящей чрезъ центры глазоваго и предметнаго стекла, которая именуется *ось* или *линѣя зрѣнія*, показующая мысленную горизонтальную линѣю. Означенная трубка изъ гнѣздъ своихъ свободно вынимается и посредствомъ винта *b*, съ низу прикрѣпленнаго, вмѣстѣ съ движущеюся дощечкою удобно поднимается и опускается.

Прибавл. Таковаго роду уровень дѣлается иногда съ двумя зрительными трубками, изъ коихъ одна полагается предметнымъ стекломъ въ одну, а вторая въ другую сторону, къ которому для познанія странъ свѣта, и на какой румбъ измѣряемыя линѣи имѣютъ свое положеніе, пріобщается *компасъ*; а для измѣренія на отвѣсныхъ плоскостяхъ угловъ прикрѣпляется полукружіе, отъ средины коего въ обѣ стороны назначаются градусы отъ нуля до 90°.

§ 162. *Описаніе уровня втораго роду.* фиг. 138.

На мѣдной дощечкѣ EaF, изъ центра *a*, назначается дуга EF въ 30 или 20 градусовъ. Она раздѣляется на двѣ равныя части въ точкѣ *e*, отъ которой начинаются раздѣленія градусовъ въ обѣ стороны отъ *e* къ E и отъ *e* къ F. Въ центрѣ *a* прикрѣпляется волосокъ *d* съ гирькою *c*, свободно по углубленному мѣсту движущеюся. Пространство дощечки покрывается стекломъ. Къ поверхности доски прикрѣпляется зрительная трубка AB параллельно къ хордѣ дуги EF, точно также, какъ во второмъ описаніи показано было, которая въ потребномъ случаѣ отнимается, и одинъ ея конецъ, посредствомъ винта *r*, позади доски утвержденнаго, нѣсколько подниматься и опускаться можетъ. Когда трубка AB лежитъ горизонтально, тогда отвѣсъ *ac* долженъ показывать среднюю точку *e* раздѣленія градусовъ; для чего она и означается нулемъ. Сіе орудіе будучи утверждено на оси, проходящей чрезъ головку D, весьма легко въ отвѣсномъ положеніи понижаться, а будучи положено трубкою H на троеножную подставку, горизонтально обращаться можетъ. Симъ орудіемъ не токмо нивилировать, но и пониженные углы на отвѣсныхъ плоскостяхъ измѣрять можно.

§ 163. *Прибавл.* Кромѣ уровня должно еще имѣть четверогранные шесты AB, длиною отъ 10 ти до 15 ти футовъ, раздѣленные на футы, дюймы и линѣи съ окованными острымъ желѣзомъ концами B (*фиг.* 139); а въ

другомъ концѣ А каждаго, утверждается небольшой блочикъ *c*. Къ каждому изъ сихъ шестовъ пріобщается квадратная доска *abcd* около фута шириною и отъ $1\frac{1}{2}$ до 2 дюймовъ толщиною. Нижняя половина поверхности доски выкрашивается черною, а верхняя бѣлою краскою, или назначается на ней по бѣлому полю черной или по черному бѣлой крестъ; на другой сторонѣ сей доски проводится горизонтальная линѣя, показующая средину доски соединеніемъ красокъ означенную, и прикрѣпляется желѣзная скоба, которая бы съ доскою на шестъ свободно накладываться и по немъ двигаться могла. Къ кольцу, утвержденному на верхнемъ краю доски, привязывается шнуръ и проводится чрезъ блокъ *c*; посредствомъ сего шнура доска, по шесту отвѣсно поставленному, удобно подниматься и опускаться можетъ.

§ 164. ЗАДАЧА. *Показать недостатки уровней, которыхъ въ сложеніи ихъ почти избѣжать не можно.*

Рѣшен. Изключая, что чрезъ поверхность воды уровня CABD (*фиг.* 136) съ совершенною точностію мысленной горизонтальной линѣи усматривать не можно, покажемъ мы погрѣшности уровня ABDC (*фиг.* 137) и подобныхъ ему, произойти могущихъ отъ слѣдующихъ причинъ:

1) Ежели линѣя зрѣнія *kh*, проходящая чрезъ дирочку дощечки C и волосокъ скважины *a* не параллельна полосѣ AB или поверхности спирта, налитаго въ трубкѣ E.

2) Поелику воздухъ, какъ и прочія жидкія тѣла имѣетъ липкость, то воздушной пузырекъ *d* по липкости своей не дойдетъ еще до средины, какъ уже трубка E съ полосою AB и съ линѣею зрѣнія *kh* будетъ горизонтальна; а когда остановится на срединѣ, то уже линѣя зрѣнія наклонится ниже на какую либо сторону, и слѣдовательно не можетъ означать точно мысленной горизонтальной линѣи.

3) Ежели помянутой уровень будетъ съ зрительною трубкою: то произойти можетъ погрѣшность отъ непараллельнаго положенія оси зрѣнія съ тою же полосою AB, потому что хотя поверхность трубки утверждена будетъ и параллельно полосѣ AB, но поставленные въ ней крестообразно волоски, пересѣкаются не на самой ея оси. Также произойдетъ погрѣшность, естьли и волоски поставлены будутъ исправно, но одинъ конецъ трубки будетъ ширѣ, а другой уже; ибо въ такомъ случаѣ, хотя поверхность трубки будетъ параллельна къ мысленной горизонтальной линѣи: но ось зрѣнія отъ сего положенія отклонится.

Чтожъ касается до уровня втораго роду (*фиг.* 138), то и онъ также имѣть можетъ три слѣдующія погрѣшности:

1) Поелику художникъ, опредѣляя центръ *a*, проводитъ на полосѣ дугу EF, которую раздѣля пополамъ, отъ средины ея *e* назначаетъ въ обѣ стороны градусы; по томъ въ центрѣ *a* для отвѣса *ac* провертываетъ диру или ввинчиваетъ гвоздикъ, то весьма удобно разумѣть можно, что художникъ провертывая диру, лег-

ко иногда на двашцашую или шришцашую часть линѣи отъ центра удалиться можетъ; а сіе уже въ нѣсколькихъ секундахъ произведетъ погрѣшность.

2) Въ параллельномъ положеніи зришельной трубки AB съ хордою дуги EF также ошибиться можно.

3) Можетъ сдѣлаться погрѣшность и отъ неровной толщины трубки, какъ выше сего сказано.

Прибавл. Для возможнаго избѣжанія показанныхъ погрѣшностей, всякому художнику сихъ орудій стараться должно, стеклянную трубку избирать въ стѣнахъ своихъ не весьма толстую, и сколько можно ровную; а вмѣсто воды или спирта наполнять оную очищенною ртутью.

§ 165 ЗАДАЧА. *Поправить въ уровнѣ показанныя три погрѣшности.* фиг. 140 я.

Рѣшен. Вся поправка уровня состоитъ въ томъ, чтобы линѣя или ось зрѣнія точно показывала мысленную горизонтальную линѣю, а для сего надлежитъ учинить слѣдующее: поставя уровень ABDC (фиг. 137), приведи его посредствомъ винта G въ такое положеніе, чтобы воздушной пузырекъ трубки E находился на срединѣ ея *d*. По томъ въ разстояніи около 150 саженъ отъ сего орудія поставь отвѣсно шестъ AB (*фиг.* 140) съ квадратною его доскою; и смотря чрезъ дирочку и предлежащей волосокъ прямо на шестъ AB, давай знакъ помошнику, стоящему у шеста AB, чтобы онъ посредствомъ шнура поднималъ или опу-

скалъ квадратную доску до тѣхъ поръ, пока линѣя зрѣнія *da* чрезъ дирочку и предлежащей волосокъ проходящая, будетъ находиться на самомъ соединеніи черной и бѣлой полосы выкрашенной доски въ точкѣ *a*; и сколько окажется возвышенія, исправно на шестѣ замѣтя записать. Послѣ сего поворотя орудіе другимъ концомъ къ шесту AB, надлежитъ опять смотрѣть чрезъ дирочку и волосокъ прямо на шестъ AB, и поднявъ квадратную доску такъ, чтобы назначенное на ней соединеніе полосъ было въ прямой линѣи съ осью зрѣнія *db*; прикажи возвышеніе ея на шестѣ AB замѣтить *на прим.* въ точкѣ *b* и записать. По томъ раздѣля разность *ab* возвышеній на двѣ равныя части въ точкѣ *c*, опусти квадратную доску такъ, чтобы соединеніе ея полосъ находилось прямо противъ замѣченной точки *c*. Наконецъ смотря чрезъ круглую дирочку уровня ABDC (*фиг.* 137), приведи его посредствомъ винта G въ такое положеніе, чтобы волосокъ находился прямо противъ соединенія полосъ квадратной доски, находящагося въ точкѣ *c* (*фиг.* 140), показующей половину разности двухъ возвышеній B*a* и B*b*, тогда линѣя зрѣнія *dc*, будетъ показывать точно мысленную горизонтальную линѣю.

Ежели сей уровень будетъ имѣть зрительную трубку; то поставя шестъ AB съ его приборомъ, въ разстояніи 300 или болѣе саженъ отъ поставленнаго уровня, приведи уровень въ горизонтальное положеніе посредствомъ стеклянной трубки E (*фиг.* 137), какъ выше сказано, чтобы зрительная трубка объектив-

нымъ стекломъ, съ имѣющимися при немъ крестообразными волосками, была направлена прямо на шестъ AB, и смотря чрезъ глазовое стекло, прикажи поставить квадратную доску такъ, чтобы горизонтально поставленный волосокъ находился прямо противъ соединенія полосъ выкрашенной доски, или бы оба крестообразные волоски были прямо противъ назначеннаго на доскѣ креста. Потомъ сіе возвышеніе исправно замѣтя на шестѣ AB *на прим.* въ точкѣ *a*, обороти уровень другимъ концомъ къ шесту AB, и вынувъ трубку изъ ея гнѣздъ, обороти ее паки предметнымъ стекломъ къ шесту AB, и такимъ же образомъ усмотри другую точку *b* возвышенія оси зрѣнія; послѣ сего, раздѣля разность *ab* возвышеній на двѣ равныя части въ точкѣ *c*, приведи зрительную трубку посредствомъ винта въ такое положеніе (смотря сквозь глазовое и объективное стекло), чтобы ось зрѣнія какъ однимъ, такъ и другимъ концомъ направляемаго уровня находилась прямо противъ назначенной средней точки *c*; тогда линѣя зрѣнія *dc*, проходящая чрезъ глазовое стекло и пересѣчку волосковъ, будетъ точно мысленная горизонтальная линѣя.

Чтожъ касается до уровня ABN (*фиг.* 138), то показанныя три погрѣшности поправить можно такимъ образомъ: поставь уровень отвѣсно, объективнымъ концомъ трубки AB прямо на шестъ AB (*фиг.* 140), такъ чтобы волосокъ отвѣса *dc* находился прямо противъ средней точки *e* дуги EF; а по томъ въ поправкѣ сего

уровня надлежитъ поступать точно также, какъ выше сего предписано о поправкѣ уровня ABDC (*фиг.* 137), когда къ нему пріобщена зрительная трубка.

Доказ. Дабы доказать, что во всѣхъ сихъ случаяхъ ось *dc* зрѣнія точно показываетъ мысленную горизонтальную линѣю; то представимъ себѣ, что первое возвышеніе линѣи зрѣнія было = B*a*, второе = B*b*; но какъ *ab* раздѣлена на двѣ равныя части въ точкѣ *c*, по сему *bc* = *ac*, и для того B*a*+*ac*=B*b*−*bc* =B*c*; слѣдовательно линѣя *dc* зрѣнія какъ однимъ, такъ и другимъ концомъ направленнаго уровня и его зрительной трубки показываетъ одну высоту B*c*, и линѣя зрѣнія *dc* означаетъ точно мысленную горизонтальную линѣю, перпендикулярную къ радіусу земнаго шара.

Прибавл. Поелику уровень, поставленный въ точкѣ B показываетъ мысленную горизонтальную линѣю BA (*фиг.* 135); то изъ сего явствуетъ, что точка A находится далѣе отъ центра C земнаго шара, нежели точка D или B количествомъ AD; слѣдовательно, дабы найти чѣмъ точка A превышаетъ точку B или D (кои находятся въ равномъ разстояніи отъ центра C), то слѣдуетъ изъ линѣи CA вычесть радіусъ CB или CD.

§ 166. ЗАДАЧА. *Найти чѣмъ точка* A *мысленной горизонтальной линѣи* AB, *превышаетъ точку* B *или* D, *лежащую на истинной горизонталзной линѣи.* фиг. 135я.

Рѣшен. Поелику квадратъ изъ касательной линѣи AB равенъ прямоугольнику изъ се-

канса AE и наружной его части AD, то есть $\overline{BA}^2 = AE \times AD$; по сему раздѣля каждую часть на AE, будетъ $AD = \frac{BA \times BA}{AE}$. Но какъ изъ таблицъ синусовъ видно, что синусы и тангенсы до 19 минутъ ни чѣмъ не разнятся между собою до 7 десятичныхъ знаковъ, и слѣдовательно соединяясь вмѣстѣ, составляютъ одну прямую линѣю, означающую часть окружности круга; полагая же, что градусъ Экватора содержитъ въ себѣ 103 верст. $168\frac{1}{2}$ саж. или $361679\frac{1}{2}$ футовъ, будетъ въ дугѣ Экватора 19 минутъ 114532 фута; разстоянія же двухъ точекъ, уравниваемыхъ на поверхности земной, берутся небольшія и рѣдко на двѣ версты или на 7000 футовъ, по сей причинѣ безъ чувствительной погрѣшности можно принять вмѣсто касательной линѣи AB, истинную горизонтальную линѣю BD; а вмѣсто секанса AE діаметръ DE; слѣдовательно (положивъ радіусъ $CD = a$) будетъ $AD = \frac{BD \times BD}{2a}$. И такъ ежели положимъ разстояніе $BD = 100'$, а діаметръ $DE = 2a = 41415488$ футовъ; то приведя футы въ линѣи и принявъ вмѣсто чиселъ ихъ логариѳмы, будетъ $L.AD = L\frac{BD \times BD}{2a}$, и выкладка произойдетъ слѣдующая: $L.BD \times BD = 2.L.BD = 8.1583625$

$$L.2a = 9.6966584$$

$$L.AD = -2.4617041,$$

которому соотвѣтствующее число найдется $\frac{28}{1000}$ частей линѣй, показующихъ чѣмъ точка A далѣе отъ центра C, нежели B или D.

Прибав. I. Посредствомъ сего способа сочинена нижеслѣдующая таблица, въ которой первая полоса показываетъ разстояніе BD отъ мѣста орудія, поставленнаго въ точкѣ B до D, въ Лондонскихъ футахъ; вторая означаетъ, сколько на какомъ разстояніи отъ найденной высоты точки A убавить должно дюймовъ и линѣй съ тысячными частьми Лондонскаго фута, чтобы привесть точку B или D съ точкою A на одну истинную горизонтальную линѣю, какъ то:

	Футы.	Дюймы.	Линѣи.
На 100 фут. убавить	0	0	0.028.
— 200	0	0	0.115.
— 300	0	0	0.260.
— 400	0	0	0.463.
— 500	0	0	0.723.
— 600	0	0	1.042.
— 700	0	0	1.418.
— 800	0	0	1.853.
— 900	0	0	2.345.
На 1000 футахъ	0	0	2.895.
— 2000	0	1	1.581.
— 3000	0	2	6.058.
— 4000	0	4	6.325.
— 5000	0	7	2.384.
— 6000	0	10	4.230.
— 7000	1	2	1.870.
— 8000	1	6	5.300.
— 9000	1	11	4.521.
На 10000	2	4	9.534.

Прибавл. II. Поелику въ рѣшеніи сей задачи принято, что $\overline{AB}^2 = AD \times DE$, также $\overline{GB}^2 = GF \times FH = GF \times DE$; по сему $\overline{BA}^2 : \overline{BG}^2 = AD \times DE : GF \times DE = AD : GF$ (по раздѣленіи на DE), то есть, возвышеніи GF и AD мысленной горизонтальной линѣи отъ истинной возрастаютъ въ содержаніи квадратовъ изъ разстояній BG и BA. Изъ сего удобно разумѣть можно, что

ежели на какое нибудь разстояніе, *на прим.* BG будетъ извѣстна GF, то на всякое другое поправку истинной горизонтальной линѣи не сравненно удобнѣе прежняго найти можно. *На прим.* ежели по данному разстоянію BG и высотѣ GF потребно найти AD на разстояніи AB; то слѣдуетъ только составить пропорцію: $\overline{BG}^2 : \overline{AB}^2 = GF : AD$, чрезъ которую найдется величина возвышенія AD, на разстояніе BA, чтобы точка B съ точкою D была на истинной горизонтальной линѣи BFD. И такъ положа разстояніе AB = 1351 фут. возмемъ изъ предложенной таблицы меньшое ближайшее число 1000 футовъ, и соотвѣтствующую сему разстоянію убавку 2. 895 линѣй; потомъ составя пропорцію, какъ $(1000)^2 : (1351)^2 = 2.895 : AD$, произойдетъ посредствомъ логариѳмъ слѣдующая выкладка: $L.(1351)^2 = 6.2613106$

$$L.\,2.895 = 0.4616486$$

$$\text{Сумма} = 6.7229592$$

$$L.(1000)^2 = 6.0000000$$

$$L.\,AD = 0.7229592$$

Сему логариѳму соотвѣтствующее число = 5.283 линѣй = AD показываетъ, сколько на разстояніи AB = BD, изъ найденной высоты AD убавить должно, чтобы точка D съ точкою B были на истинной горизонтальной линѣи BFD.

Примѣч. Выкладка сія въ тройномъ правилѣ сократится, когда въ убавочномъ числѣ предложеннаго примѣра вмѣсто 2.895 возмется 2.89 съ однѣми только сотыми частями линѣи, а прочія части оставлены будутъ; ибо погрѣшность будетъ нечувствительна.

Прибавл. III. Поелику нивилированіе предпріемлется въ такомъ случаѣ, когда потребно будетъ для судоходства соединить рѣки каналомъ, либо изъ отдаленнаго мѣста провести каналами или трубами воду въ городъ, гдѣ рѣкъ и хорошихъ колодезей не имѣется, дабы устроивъ въ пристойныхъ мѣстахъ водохранилища или водометы, удовлетворить тѣмъ жителей и прочая; по сей причинѣ должно знать, недовольно чѣмъ то мѣсто, откуда принимается провесть воду выше того, куда она проведена быть должна; но еще сверьхъ того непремѣнно надлежитъ имѣть подробное свѣденіе о положеніи всего того мѣста, по которому каналъ вести должно, дабы чрезъ то предъусмотрѣть, можно ли будетъ выполнить въ точности предпріемлемое намѣреніе, для чего надлежитъ учинить всему тому мѣстоположенію планъ и назначить къ проведенію чрезъ удобныя мѣста канала разрѣзъ (*профиль*). Планъ снимается по правиламъ Геодезіи, а профиль нивилированіемъ, какъ-то въ слѣдующихъ предложеніяхъ показано будетъ.

§ 167. *Опредѣл.* Мѣста, гдѣ становится уровень, называются *станами*. Сдѣланная на доскѣ шеста линѣя соединенія двухъ выкрашенныхъ полосъ, на которую наводятся волоски зрительной трубы или простаго діоптра, именуется *знакомъ*. Разстояніе знака отъ земной поверхности называется *высотою знака*, какую уровень покажетъ. *Исправною высотою знака* называется та высота, которая чрезъ поправку приведена на одну истинную горизонтальную линѣю съ осью зрѣнія,

§ 168. ЗАДАЧА. *Найти, чѣмъ точка* А *выше другой данной* В, *въ разсужденіи истинной горизонтальной линѣи.* фиг. 141 я.

Рѣшен. Поставь уровень V надъ точкою А горизонтально, какъ въ § 165 показано, а въ точкѣ В поставь шестъ ВЕ съ знакомъ отвѣсно; по томъ смотря чрезъ дирочку и волосокъ уровня, или чрезъ зрительную онаго трубку, давай знакъ стоящему у шеста помощнику, чтобы онъ находящуюся на шестѣ доску съ знакомъ, посредствомъ шнура опускалъ или поднималъ до тѣхъ поръ, пока знакъ доски съ линѣею зрѣнія будетъ въ прямой линѣи, и смѣрявъ исправно высоту орудія до оси зрѣнія отъ А до *a*, и высоту знака отъ В до *b*, вычти высоту А*a* уровня, изъ высоты В*b* знака; получишь чѣмъ точка А выше точки В въ разсужденіи мысленной горизонтальной линѣи А*e*, то есть В*b*—А*a*=В*e*. Но естьли высота А*a* уровня будетъ больше высоты В*b* знака, тогда В*b*—А*a* будетъ недостаточное, и слѣдовательно означать будетъ чѣмъ точка А ниже точки В.

Дабы найти на предписанной высотѣ В*e* соотвѣтствующую точку, лежащую на одной истинной горизонтальной линѣи съ точкою А; то сыскавъ по прибавленію второму § 166 надлежащую убавку, вычти изъ найденной высоты В*e*; получится исправная высота, чѣмъ точка В ниже точки А въ разсужденіи истинной горизонтальной линѣи А*e*. *На пр.* положимъ разстояніе АВ=1860 фут. найденная высота В*e* точки *e*=6′, 4″, 7‴: но поелику возвышеніи мы-

сленной горизонтальной линѣи содержатся между собою, какъ квадраты изъ разстояній (§ 166 *прибав.* 2 е.), то взявъ изъ таблицы убавку 2.86 линѣи на 1000 футовъ, сдѣлай слѣдующую пропорцію: $(1000)^2 : (1860)^2 = 2.89 : x$, то есть, $1000000 : 3459600 = 2.89 : x$; откуда найдется $x = 9.99$ линѣй; по сему $6', 4'', 6''' - 9'''.99 = 6', 3'', 6'''.01$, означаетъ, чѣмъ точка B ниже точки A въ разсужденіи истинной горизонтальной линѣи, чрезъ точку A проходящей.

Примѣч. При усматриваніи уровнемъ мысленной горизонтальной линѣи, погрѣшность бываетъ еще и отъ горизонтальнаго преломленія лучей зрѣнія, показующаго знаки внѣ положенія мысленной горизонтальной линѣи. Преломленіе лучей зрѣнія, въ разсужденіи перемѣнъ густоты и рѣдкости воздуха, бываетъ непостоянно, что самое посредствомъ перемѣны степеней *термометра* и *барометра* изслѣдовать можно такимъ образомъ: поставя уровень CABD (*фиг.* 137) съ зрительною трубкою горизонтально, наведи трубкою онаго на какой нибудь предметъ, отдаленной на 500 или болѣе саженъ, на которомъ замѣтя пересѣченіе волоска въ точности, такожде записавъ число степеней теплоты на термометрѣ и возвышеніе ртути въ барометрѣ, оставь уровень въ томъ же положеніи, по томъ дождавшись чувствительной на термометрѣ или на барометрѣ перемѣны, посмотри опять въ зрительную трубку уровня, то уже замѣченнаго знака не увидишь на пересѣчкѣ волосковъ, но будетъ находиться выше или ниже оной. Дабы въ разсужденіи круглости земли и преломленія лучей зрѣнія избѣгнуть надлежащихъ поправокъ, то уровень становится на срединѣ разстоянія LBF (*фиг.* 135) находящагося между двумя уравниваемыми точками L и F; ибо въ такомъ случаѣ высоты K и G знаковъ мысленной горизонтальной линѣи KG будутъ въ одинакомъ разстояніи отъ центра C земнаго шара (*Геом.* § 26); также и преломленіе лучей зрѣнія (естьли только въ одно непремѣнное вре-

мя знаки усматриваются) будутъ съ обѣихъ сторонъ равны, и потому въ уравненіи двухъ точекъ L и F не произойдетъ никакой погрѣшности.

§ 169. ЗАДАЧА. *На небольшемъ разстояніи* BAD *поверхности земной даны двѣ точки* B *и* D, *найти чѣмъ одна выше другой.* фиг. 141 я.

Рѣшен. Назначивъ отъ B къ D прямую линѣю и смѣрявъ оную, поставь уровень V на самой срединѣ A разстоянія BD (естьли можно); а въ точкахъ B и D, то есть, на концахъ разстоянія BD поставь отвѣсно шесты съ ихъ знаками; по томъ установя уровень V горизонтально, усмотри на обоихъ шестахъ BE и DC высоту знаковъ b и d, означающихъ мысленную горизонтальную линѣю bd; наконецъ исправно вымѣрянную высоту Dd вычти изъ высоты Bb; остатокъ покажетъ, чѣмъ точка D выше точки B въ разсужденіи истинной горизонтальной линѣи BG. *на прим.* положимъ $Dd = 2', 3''$, $Bb = 5', 7''$, то будетъ $Bb - Dd = 5', 7'' - 2', 3'' = 3', 4''$, то есть, точка D выше точки B тремя футами и четырьмя дюймами.

Доказ. Проведя мысленно изъ B истинную горизонтальную линѣю BG, будетъ видно, что высота точки D есть линѣя $DG = Bb - Dd = Gd - Dd$, и слѣдовательно выше точки B количествомъ DG.

Прибавл. Ежели бы точка D находилась ниже горизонтальной линѣи BG, тогда бы высота Dd была больше Bb, и слѣдовательно $Bb - Dd$ было бы недостаточное, то есть, $Bb - Dd = - DG$ (*Ариѳ.* § 31 *приб.*) показывало бы, что

точка D ниже B количествомъ DG, о чемъ въ послѣдующихъ предложеніяхъ прилѣжнѣе примѣчать надлежитъ.

§ 170. ЗАДАЧА. *Даны на поверхности земной двѣ точки B и F на такомъ разстояніи, что изъ средины онаго обоихъ знаковъ, поставленныхъ въ точкахъ B и F видѣть не можно, найти чѣмъ одна точка выше другой.* фиг. 141 и 142я.

Рѣшен. Назначивъ отъ B къ F прямую линѣю BF, выбери мѣсто D для постановленія, между точками B и F шеста DC съ его знакомъ; также поставя въ точкѣ B шестъ съ его знакомъ, поставь уровень V нарединѣ разстоянія BD въ точкѣ A; вымѣряй исправно высоты B*b* и D*d* двухъ знаковъ *b* и *d*, имѣющихъ свое положеніе на мысленной горизонтальной линѣи *bd* (§ 169) и запиши; по томъ перенеся шестъ BE въ точку F, поставь уровень V на рединѣ разстоянія DF въ точкѣ A'; вымѣряй высоты D*o* и F*h* знаковъ *o* и *h*, означающихъ положеніе мысленной горизонтальной линѣи *oh*, и высоты ихъ запиши. Наконецъ сложа, какъ высоты B*b* и D*o* знаковъ *b* и *o*, (кои именуются *задними*) такъ и высоты D*d* и F*h* знаковъ *d* и *h* (кои называются *передними*); вычти послѣднюю сумму изъ первой, то получится количество (B*b*+D*o*)—(D*d*+F*h*), означающее чѣмъ одна изъ данныхъ точекъ выше другой. Естьли суммы высотъ D*d*+F*h* переднихъ знаковъ, будутъ меньше суммы высотъ B*b*+D*o* заднихъ знаковъ, то разность (B*b*+D*o*) —(D*d*+F*h*) произшедшая отъ избытка,

будетъ означать, чѣмъ точка F выше горизонта точки B; а когда сумма переднихъ знаковъ будетъ больше суммы высотъ заднихъ знаковъ; то разность $(Bb + Do) - (Dd + Fh)$ недостаточная, означающаяся знакомъ − (*Ариѳ.* § 31 *пр.*) покажетъ, чѣмъ точка F ниже точки B. *на прим.* положимъ что $Bb = 4', 5'', 8'''$, $Do = 1', 2''$, $Dd = 2', 5'', 3'''$, $Fh = 5', 4'', 3'''$, то будетъ $Bb + Do = 5', 7'', 8'''$, $Dd + Fh = 7', 9'', 6'''$, по сему разность $(Bb + Do) - (Dd + Fh) = 5', 7'', 8''' - 7', 9'', 6''' = - 2', 1', 8'''$ будетъ означать, что точка F ниже точки B двумя футами однимъ дюймомъ и восемью линѣями.

Доказ. Представимъ себѣ, что чрезъ точку B проведена истинная горизонтальная линѣя BGI, то положивъ $Bb = Gd = n$, $Do = m$, $Dd = p$, $Fh = q$, будетъ $DG = n - p$, $Go = n - p + m = Ih$, $FI = n - p + m - q = (n + m) - (p + q) = (Bb + Do) - (Dd + Fh)$: но какъ вычитаемое количество $p + q$ больше уменьшаемаго $n + m$; слѣдовательно разность $(n + m) - (p + q) = - FI$ недостаточная означаетъ, что точка F ниже точки B горизонта BGI количествомъ FI. Естьли бы количество $p + q$ было меньше $n + m$, то бы сіе означало, что точка F выше точки B, количествомъ FI.

Примѣч. Изъ примѣчанія § 168 и сего предложенія явствуетъ, сколь полезно брать станы для уровня въ равномъ разстояніи отъ обоихъ знаковъ, то есть, чтобы была $Vb = Vd$, $Vo = Vh$ и проч., дабы чрезъ то, въ разсужденіи круглости земли и горизонтальнаго преломленія лучей зрѣнія, избѣгнуть тѣхъ вычисленій, кои

въ поправкѣ вымѣренныхъ высотъ знаковъ суть необходимы. Слѣдовательно когда за какимъ либо препятствіемъ отъ поставленныхъ знаковъ въ равномъ разстояніи уровня поставить не можно; то въ такомъ случаѣ найденныя съ того стану высоты знаковъ (не пріемля въ разсужденіе горизонтальнаго преломленія лучей зрѣнія) (*) непремѣнно поправлять должно какъ въ § 168 предписано.

§ 171. ЗАДАЧА. *Даны на поверхности земной двѣ точки A и G, на большомъ разстояніи, найти чѣмъ одна выше другой.* фиг. 143 я.

Рѣшен. Назначивъ на землѣ отъ A до G по поверхности земли прямую, или избирая способныя мѣста для нивилированія, ломаную линѣю, надлежитъ производить нивилированіе такимъ образомъ: поставя въ точкахъ A и B шесты съ ихъ знаками отвѣсно, а уровень V на срединѣ разстоянія AB въ точкѣ I горизонтально, и вымѣрявъ исправныя высоты AH и BN, какъ задняго знака H, такъ и передняго N запиши (§ 169); потомъ переставя

(*) По той причинѣ, что преломленіе лучей опредѣлить весьма трудно, и при томъ въ разсужденіи перемѣнъ густоты воздуха оно непостоянно; да и утвердительно полагать не можно, чтобы между столь короткимъ временемъ усматриванія высотъ задняго и передняго знаковъ, относительно къ одному стану, могла послѣдовать въ густотѣ воздуха знатнѣйшая перемѣна; слѣдовательно таковая мнимая отъ горизонтальнаго преломленія лучей зрѣнія погрѣшность, въ исчисленіе нивилированія принята быть не можетъ.

шесть AH впередъ, на прим. въ точку C на такое разстояніе, чтобы безпрепятственно высоты знаковъ вымѣрять, и на срединѣ II разстоянія поставить уровень можно было, и вымѣрявъ исправныя высоты BK и CL, какъ задняго K такъ и передняго знака L, запиши. И такъ далѣе продолжая нивилированіе до другой данной точки G, всѣ заднія и переднія высоты знаковъ сложа особенно; наконецъ вычтя сумму высотъ переднихъ знаковъ изъ суммы высотъ заднихъ знаковъ, получится требуемое количество, чѣмъ точка A выше или ниже другой данной G. Точка A будетъ выше точки G, когда сумма высотъ переднихъ знаковъ будетъ больше суммы высотъ заднихъ; но естьли первая сумма будетъ меньше послѣдней, тогда разность тѣхъ суммъ покажетъ, чѣмъ точка A ниже точки G, въ разсужденіи истинной горизонтальной линѣи AUXm чрезъ точку A проходящей.

Доказ. Положивъ взятыя съ перваго стану исправныя высоты знаковъ $AH = TN = a$, $BN = b$; со II стану $BK = c$, $CL = d$; съ III стану $CY = e$, $MD = g$; съ IV стану $ID = h$, $OE = i$; съ V стану $EP = k$, $FQ = n$, съ VI го $FR = p$, $SG = q$; представимъ себѣ, что чрезъ точку A проведена истинная горизонтальная линѣя ATUXZym; то будетъ $BT = a - b$, $TK = a - b + c = UL$; слѣдовательно $CU = a - b + c - d$; $UY = a - b + c - d + e = XM$, по сему $DX = a - b + c - d + e - g$; а когда къ сему количеству приложится ID, то будетъ $XI = a - b + c - d + e - g + h = OZ$; вычти OE, найдется $ZE = a - b + c - d + e - g + h - i$; приложи PE

получится PZ $= a - b + c - d + e - g + h - i + k =$ Qy; вычти QF, останется yF $= a - b + c - d + e - g + h - i + k - n$; приложи RF будетъ Ry $= a - b + c - d + e - g + h - i + k - n + p =$ Sm; наконецъ вычти SG останется GM $= a - b + c - d + e - g + h - i + k - n + p - q$, то есть $a + c + e + h + k + p - b - d - g - i - n - q$, или все тоже $(a + c + e + h + k + p) - (b + d + g + i + n + q) =$ высотѣ точки G въ сравненіи съ точкою A; слѣдовательно когда сумма высотъ $b + d + g + i + n + q$ переднихъ знаковъ будетъ меньше суммы высотъ $a + c + e + h + k + p$ заднихъ знаковъ, то разность будетъ отъ избытка, и потому точка G будетъ выше горизонта точки A; а когда сумма высотъ переднихъ знаковъ будетъ больше суммы высотъ заднихъ знаковъ, тогда разность недостаточная будетъ показывать, что точка G ниже горизонта точки A.

Примѣч. I. Поелику посредствомъ уровня вымѣренныя высоты знаковъ каждаго стану записывать должно, то во время нивилированія записки располагаются въ семи столбцахъ; въ первомъ ставятся станы уровня, во второмъ исправныя высоты заднихъ знаковъ, въ третьемъ разстоянія оныхъ отъ katановъ, въ четвертомъ разстоянія отъ тѣхъ же härановъ до переднихъ знаковъ, въ пятомъ исправныя высоты переднихъ знаковъ, въ шестомъ мѣста знаковъ, въ седьмомъ высоты мѣстъ знаковъ въ сравненіи начальнаго мѣста, найденныя по исправнымъ высотамъ знаковъ, какъ-то изъ двухъ слѣдующихъ таблицъ, расположенныхъ буквами и числами видѣть можно.

Таблица первая.

Станы уровня	Высо. зад. зна.	Разстояніе задняго знака.	Разстояніе передняго знака.	Высо. пер. зна.	Мѣста знако.	Высота мѣста знаковъ въ сравненіи перваго мѣста A.
I	H	AI	IB	N	B	$a - b = + BT.$
II	K	BII	IIC	L	C	$BT + c - d = + CU$
III	Y	CIII	IIID	M	D	$CU + e - g = + XD$
IV	I	DIV	IVE	O	E	$XD + h - i = - EZ$
V	P	EV	VF	Q	F	$- EZ + k - n = - yF.$
VI	R	FVI	VIG	S	G	$- yF + p - q = + mG.$

Таблица вторая.

Станы уровня	Высота заднихъ знаковъ.	Разстояніе заднихъ знаковъ.	Разстояніе переднихъ знаковъ.	Высота переднихъ знаковъ.	Мѣста знаков.	Высот. мѣста знак. въ сравн. перем. мѣста.	Высота уровня.
I	$10',3''$	257°	$255^{\circ},6'$	$5',7''$	B	$4',8''$	$3',S''$
II	$8',10''$	$230^{\circ},5'$	232°	$3',5''$	C	$10',1''$	$3',10''$
III	$3',11''$	217°	216°	$10',6''$	D	$3',6''$	$4',0$
IV	$2',0$	$107^{\circ},4'$	107°	$8',2''$	E	$-2',8''$	$4',2''$
V	$4',7''$	152°	$150^{\circ},5'$	$8',7''$	D	$-6',8''$	$3',9''$
VI	$13',0$	220°	$222^{\circ},6'$	$3',2''$	G	$3',2''$	$4',4''$

Примѣч. II. Въ обѣихъ сихъ таблицахъ передъ буквами, также и передъ числами $2'$, $8''$ и $6'$, $8''$, соотвѣтствующими тѣмъ буквамъ, поставленный знакъ — означаетъ, что точка E ниже истинной горизонтальной линѣи точки A двумя футами и восмью дюймами; а точка D ниже той же точки A шестью футами и восмью дюймами.

Для исправнаго сочиненія профилей, сверхъ означенныхъ семи столбцовъ, должно имѣть еще восьмой для записыванія высоты уровня каждаго стана, какъ во второй таблицѣ показано.

§ 172. ЗАДАЧА. *Сочинить профиль мѣста, по которому положено намѣреніе прокопать каналъ или положить трубы для проведенія воды въ надлежащее мѣсто.* фиг. 143. и 144я.

Рѣшен. Сперва на поверхности земной, по данному мѣсту, гдѣ провести назначено каналъ, должно учинить нивилированіе, и опредѣляя исправную высоту каждой точки A, B, C, D, и проч. (*фиг.* 143) въ разсужденіи положенія истинной горизонтальной линѣи ATUXZ*ym* чрезъ точку A проходящей, надлежитъ сдѣлать на каждомъ стану всѣмъ измѣреніямъ записку, какъ въ предыдущей задачѣ показано, которую, положимъ, представляетъ въ той задачѣ таблица вторая. Потомъ проведя на бумагѣ неопредѣленную прямую линѣю *aiux-zym*, изображающую истинную горизонтальную линѣю, на концѣ которой изъ точки *a* поставь перпендикуляръ *ah*, и положа на немъ съ приготовленнаго размѣра отъ *a* до *h* высоту AH = 10′,3″ задняго знака H перваго стана, проведи линѣю *hv* параллельно къ *atx*: но поелику измѣряемую на неровной поверхности земли линѣю за истинную горизонтальную линѣю принять не можно, то взявъ циркулемъ съ размѣра разстояніе AI задняго знака AH, то есть 257°, и поставя ножку циркула въ точкѣ *a* опиши дугу *n*; по томъ въ разстояніи высоты IV уровня V перваго стана, то

есть въ разстояніи 3′,8″ проведи линѣю *rp* параллельно къ *hv*, которая бы пересѣкла дугу *n* въ точкѣ 1; изъ точки *a* проведи отъ руки линѣю *a* 1, изображающую поверхность земли; изъ точки 1, опустя перпендикуляръ 1*v* на линѣю *hv*, которой будетъ равенъ высотѣ IV уровня перваго стана; послѣ сего изъ точки 1, раствореніемъ 255°,6′ взятымъ съ размѣра, то есть разстояніемъ передняго знака N, опиши дугу *q*; въ разстояніи высоты BN передняго знака N, то есть въ разстояніи 5′, 7″ проведи линѣю *sx* параллельно къ *rp*, которая бы пересѣклась съ дугою *q* въ точкѣ *b*; изъ точки 1 къ точкѣ *b* проведи отъ руки линѣю 1*b*, означающую поверхность земли; а изъ точки *b* на линѣю *rp* опусти перпендикуляръ *pb*, и продолжа оной, положи на немъ отъ *b* до *k* съ размѣра 8′, 10″, то есть высоту BK задняго знака K втораго стана; потомъ проведя *kl* параллельно горизонту *atx*, продолжай далѣе такимъ же образомъ налагать всѣ высоты и разстоянія до послѣдняго стана; сочинится требуемая профиль *abcdefg* даннаго мѣста ABCDEFG, по которому назначено провести каналъ.

Примѣч. Сверхъ того, что посредствомъ линѣи *abcdefg*, означающей поверхность земли, изображаются на профилѣ горы и долины, должно еще по всему разстоянію отъ A до G, изслѣдовавъ свойство земли, назначить на профилѣ гдѣ каменисто, гдѣ пещано, гдѣ глинисто, гдѣ болотисто, гдѣ рѣка, озеро, густой лѣсъ и проч. дабы можно было разсуждать о дѣлѣ, для котораго предпріемлемо было нивилированіе.

П

ОТДѢЛЕНІЕ IV.

О составленіи и употребленіи пропорціональнаго циркула или сектора и о рѣшеніи посредствомъ онаго, геометрическихъ и тригонометрическихъ задачъ.

§ 137. *Опредѣл. Пропорціональный циркуль* или *секторъ* есть математическое орудіе, состоящее изъ двухъ пальмоваго дерева, или костяныхъ, либо мѣдныхъ досчатыхъ ножекъ, двумя своими концами соединенныхъ вмѣстѣ, и около гвоздика, какъ около центра, свободно движущихся. На обѣихъ сторонахъ сихъ ножекъ назначаются разные размѣры (*маастабы*), сходящіеся концами своими въ центрѣ сектора.

Мы въ употребленіи видимъ ихъ почти только два, одинъ Аглинской (*фиг.* 145 и 146), а другой (Французской *фиг.* 147). Отъ центра *n* каждаго изъ сихъ секторовъ назначаются слѣдующіе размѣры: на Аглинскомъ находится съ одной стороны *линѣя* или *размѣръ равныхъ частей*, раздѣленный на 100 равныхъ частей съ означеніемъ буквою L (*фиг.* 145). На Французскомъ сія линѣя раздѣляется на 200 равныхъ частей, съ надписью *les parties egales фиг* 148.

Подлѣ сей линѣи, на Аглинскомъ секторѣ, проводится *линѣя секансовъ* до 75 град. съ надписью *Se*. фиг. 145.

По томъ *линѣя хордъ* отъ ½ до 60 гр. и означается буквою C, которая на Французскомъ секторѣ содержитъ въ себѣ хорды отъ 1 до 180 град. съ надписью *les cordes*. фиг. 147.

И еще *линѣя полигоновъ*, или *правильныхъ многоугольниковъ* съ надписью *pol* (*фиг.* 145); а на Французскомъ секторѣ съ надписью *les poligones* фиг. 148.

На сей же сторонѣ Англинскаго сектора не отъ центра *n*, но особливо назначаются иногда и другія линѣи какъ-то, *линѣя хордъ* до 90° съ надписью *Cho* или C, *линѣя миль* съ означеніемъ L.M., *линѣя широты мѣстъ* съ надписью *lar.* или L и проч. *фиг.* 145.

На другой сторонѣ Англинскаго сектора находятся слѣдующіе *маастабы*: *линѣя синусовъ* отъ 1 до 90 град. и означается буквою S. *Линѣя тангенсовъ* отъ 45 до 75 град. съ надписью *tan.* или *t.* Подлѣ сей линѣи проводится другая *линѣя тангенсовъ* отъ 1 до 45 град. съ надписью T. *фиг.* 146.

Естьли розднявъ секторъ, ножки онаго поставятся въ прямой линѣи, то во всю длину ихъ находится *логариѳмическая линѣя* чиселъ съ означеніемъ *nu*, и *Логариѳмическія линѣи синусовъ* и *тангенсовъ* съ надписью у первой *ſin*, у второй *tan* *фиг.* 146.

На Французскомъ секторѣ, подлѣ линѣи равныхъ частей назначается *линѣя плоскостей* съ надписью *les plans*. Иногда во всю длину сектора находится *маастабъ калибровъ пушекъ по Ниренбергскому вѣсу* отъ $\frac{1}{4}$ до 64 фунтовъ съ означеніемъ *calibre des pieces*.

На другой сторонѣ сего сектора, подлѣ линѣи хордъ, находится *линѣя тѣлъ* съ означеніемъ *les ſolides* *фиг.* 147.

По томъ *линѣя металловъ* съ надписью: *les metaux*.

А во всю длину ножекъ иногда назначается *маасштабъ Ниренбергскаго вѣсу пушечныхъ ядеръ* отъ $\frac{1}{4}$ до 64 фунтовъ, съ надписью: *poids des Boulets*.

О назначеніи и употребленіи линѣи равныхъ частей.

§ 174. ЗАДАЧА. *Назначить на ножкахъ сектора линѣю равныхъ частей*. фиг. 145 я.

Рѣшен. Проведя отъ центра *n* на обѣихъ ножкахъ сектора линѣи *n*L и *n*L, раздѣли каждую на 100 равныхъ частей, и означивъ ихъ точками или линѣечками, надпиши десятыя части числами 1, 2, 3 и проч. получится требуемая линѣя.

Линѣя равныхъ частей, по причинѣ ея раздѣленія на равныя части, ничто иное, какъ геометрической размѣръ, разной величины представится могущей. Надлежитъ примѣчать, что часть, означенная единицею, принимается также за 10, 100 и 1000; при чемъ 2 будетъ означать 20, 200 и 2000 и такъ далѣе.

§ 175. ЗАДАЧА. *Прямую линѣю fg раздѣлить на столько равныхъ частей, на сколько пожелаешь*. фиг. 150.

Рѣшен. Представимъ себѣ, что двѣ линѣи *ab* и *ac* будутъ линѣи равныхъ частей пропорціональнаго циркула, точка *a* центръ, а концы онаго суть *b* и *c*. И такъ, чтобы раз-

дѣлить данную линѣю *fg на прим.* на 7 равныхъ частей, то надлежитъ взять обыкновеннымъ циркулемъ длину линѣи *fg*, и разтворить пропорціональный циркулъ *bac* такимъ образомъ, чтобъ ножки обыкновеннаго циркула представляющія длину линѣи *fg*, помѣститься могли между точками равныхъ частей 70 и 70, кои пусть будутъ *d* и *e*; потомъ взявъ простымъ цыркулемъ разтвореніе сектора въ точкахъ 10 и 10, означенныхъ буквами *h* и *i*; то разстояніе *hi*, будетъ седьмая часть данной линѣи *fg*.

Доказ. Ежели представимъ себѣ, что между линѣями *ab* и *ac* равныхъ частей сектора, проведены линѣи *de*=*fg* и *hi*, то треугольникъ *dae* будетъ подобенъ *hai* (Гео. § 116), по сему *ad* : *ah*=*de* : *hi*: но линѣя *ah* есть седьмая часть линѣи *ad* по составленію линѣи равныхъ частей; слѣдовательно линѣя *hi*, есть седьмая часть линѣи *de*, которая равна *fg Геом.* § 117.

Примѣч. I. Ежели потребно будетъ данную линѣю *fg* раздѣлить на прим. на 47 частей; тогда взявъ длину данной линѣи *fg* простымъ циркулемъ, разтвори секторъ *bac* такъ, чтобы разтвореніе линѣи *fg*, помѣстилось между точками 47 и 47 или между двойнымъ числомъ онаго, то есть между 94 и 94; по томъ не сжимая ножекъ сектора, возьми простымъ циркулемъ разстояніе между точекъ 46 и 46 или 92 и 92, и положи на данную линѣю *fg* отъ *f* до *m*, тогда оставшаяся часть *mg* будетъ 47я часть данной линѣи *fg*, чрезъ которую данная линѣя раздѣлится на 47 равныхъ частей.

Примѣч. II. Такимъ же образомъ всякая данная линѣя дѣлится на произвольное число равныхъ частей. Естьлиж данная линѣя между ножекъ про-

порціональнаго циркула помѣститься не можетъ, то есть, когда длина линѣи будетъ равна или больше длины обѣихъ ножекъ сектора; въ такомъ случаѣ взявъ отъ данной линѣи половину, треть, или четверть и проч. раздѣли оную какъ показано на желаемое число частей, изъ коихъ вдвое, втрое или вчетверо больше взятая часть, составятъ одну требуемую часть данной линѣи.

§ 176. ЗАДАЧА. *Данную линѣю fg раздѣлить въ данномъ содержаніи чиселъ* фиг. 151 я.

Рѣшен. Положимъ, что должно линѣю fg раздѣлить на двѣ части въ содержаніи какъ 30 : 50, то въ такомъ случаѣ надлежитъ данную линѣю fg взять простымъ циркулемъ, и растворить ножки пропорціональнаго циркула такъ, чтобы разстояніе линѣи fg помѣститься могло между такимъ числомъ одной и другой линѣи равныхъ частей, которое равно суммѣ даннаго содержанія, то есть между 8 и 8 или 80 и 80; потомъ не сдвигая ножекъ сектора, взявъ простымъ циркулемъ разстояніе между 50 и 50, положи на данной линѣе отъ g до p; то линѣя fg въ точкѣ p раздѣлится въ требуемомъ содержаніи чиселъ, то есть будетъ $fp : pg = 30 : 50$.

Доказ. Пусть линѣи ab и ac представляютъ линѣи равныхъ частей разтвореннаго сектора, и точка a центръ онаго; то проведенная линѣя $de = fg$ между 80 и 80, и линѣя hn между 50 и 50 частей; также проведенная hm параллельно къ ac составятъ подобныя треугольники dae, han и hmd, гдѣ $hn = me$ (*Гео.* § 45); и для того будетъ

$hd : ah = md : hn$ или em; но $hd : ah = 30 : 50$, по сему md или $fp : em$ или $pg = 30 : 50$ (*Ариѳ* § 119).

Примѣч. Ежели числа даннаго содержанія будутъ очень малы, тогда умножь каждое изъ нихъ однимъ по изволенію взятымъ числомъ, наблюдая только то, чтобы сумма ихъ произведеній не превосходила числа 100 или 200, поелику самое большое число равныхъ частей Англинскаго сектора есть 100, а Французскаго 200; по томъ данную линѣю fg раздѣли въ содержаніи произведеній какъ въ задачѣ показано.

Напротивъ того, когда сумма двухъ данныхъ членовъ будетъ больше нежели число 100 или 200, то слѣдуетъ каждое изъ нихъ раздѣлить на одно такое число, на какое будетъ можно, коихъ частныя числа будутъ въ одномъ содержаніи съ данными членами (Ариѳм §. 121); по томъ данную линѣю раздѣли въ содержаніи частныхъ чиселъ какъ и прежде. Когда же данныя числа ни на какое число, кромѣ единицы, раздѣлиться не могутъ, въ такомъ случаѣ всю линѣю равныхъ частей пропорціональнаго сектора должно брать за 1000 частей.

Ежели данную линѣю fg должно будетъ раздѣлить въ содержаніи нѣсколькихъ чиселъ, тогда всѣ данныя числа надлежитъ сложить, и взявъ простымъ циркулемъ линѣю fg, помѣстить на пропорціональномъ циркулѣ между числами равныхъ частей, соотвѣтствующими суммѣ данныхъ чиселъ; а остатокъ дѣйствія совершить по прежнему.

Когда данныя количества будутъ дроби, имѣющія разныхъ знаменателей, то сперва надлежитъ ихъ привести къ одинакому знаменателю, а потомъ данную линѣю fg раздѣлить въ содержаніи числителей, какъ и прежде.

И наконецъ естьли количества даннаго содержанія будутъ числа Ирраціональныя (неизвлекомыя), *на прим.* $\sqrt{5}$ и $\sqrt{3}$; въ такомъ случаѣ изъ каждаго данныхъ членовъ надлежитъ найти посредствомъ десятичныхъ дробей ближайшіе къ точности квадратные корни, какъ здѣсь 223 и 173, кои будутъ въ одномъ содержаніи съ данными членами

(Ариѳ. § 129); а напослѣдокъ данную линѣю раздѣлить въ содержаніи сихъ корней, какъ въ задачѣ показано.

§ 177. ЗАДАЧА. *Данную линѣю km раздѣлить такъ въ пропорціональныя части, какъ другая fg раздѣлена въ точкахъ h и l.* фиг. 152.

Рѣшен. Взявъ простымъ цыркулемъ величину данной линѣи fg, положи отъ средоточія a на обѣ ножки сектора по линѣямъ равныхъ частей; потомъ разтвори секторъ такъ, чтобы данная черта km между опредѣленными линѣею fg точками b и c помѣститься могла; такимъ же образомъ полагая части линѣи fg, то есть fl и fh отъ центра, a по обѣ стороны линѣи равныхъ частей, въ точкахъ d и e, n и p, перенеси разстояніе сихъ точекъ, то есть de и np простымъ циркулемъ на данную линѣю km, чрезъ что оная раздѣлится въ q и r на такіяжъ пропорціональныя части, какъ раздѣлена fg.

Доказ. Положимъ, что ab и ac суть линѣи равныхъ частей пропорціональнаго циркула, котораго центръ есть a; то проведя линѣи dt и ns параллельно ac, будутъ треугольники anp, ndu и dbt подобны, и для того будетъ $an : np = nd : du = db : bt$, но $an = fh$, $nd = hl$, $db = lg$ по положенію, и $np = cs = kq$, $de = tc = kr$; по сему $de - ue = de - np = du = kr - kq = qr$, также $bc - de = bc - ct = bt = km - kr = rm$ по положенію; то поставя въ показанной пропорціи равныя количества, будетъ $fh : kq = hl : qr = lg : rm$; слѣдовательно части $kq : qr : rm$

линѣи *km*, имѣютъ такоежъ содержаніе, какое части *fh* : *hl* : *lg* линѣи *fg*.

Примѣч. Ежели данная линѣя *fg* будетъ такъ велика, что на пропорціональномъ циркулѣ помѣститься не можетъ, въ такомъ случаѣ надлежитъ брать простымъ цыркулемъ половину, треть или четверть оной, и взятыя части между линѣями равныхъ частей полагать вдвое, втрое или вчетверо больше.

§ 178. ЗАДАЧА. *По діаметру круга найти линѣю равную окружности онаго.*

Рѣшен. Поелику діаметръ всякаго круга содержится къ окружности какъ 100 : 314 или 50 : 157 (§ 11); по сей причинѣ взявъ діаметръ круга простымъ циркулемъ, раствори секторъ такъ, чтобы взятое раствореніе діаметра на линѣяхъ равныхъ частей между чиселъ 50 и 50 помѣститься могло; потомъ, не сжимая онаго, возми циркулемъ разстояніе между точекъ 157 и 157 равныхъ частей, то оное будетъ равно окружности круга.

Примѣч. I. Ежели діаметръ круга между числами 50 и 50 помѣститься не можетъ, въ такомъ случаѣ между оными числами надлежитъ полагать половину, треть или четверть даннаго діаметра, тогда разстояніе между точекъ 157 и 157, вдвое, втрое или вчетверо взятое, будетъ требуемая окружность даннаго круга.

Примѣч. II. Естьли потребно будетъ по извѣстной окружности круга найти діаметръ онаго, тогда слѣдуетъ пропорціональный циркулъ растворить такъ, чтобы величину окружности помѣстить можно было на линѣяхъ равныхъ частей, между точекъ 157 и 157; потомъ простымъ циркулемъ на тѣхъ же линѣяхъ, взявъ разстояніе между точекъ 50 и 50, получится діаметръ даннаго круга.

§ 179. ЗАДАЧА. *Растворить пропорціональный циркулъ такимъ образомъ, чтобы уголъ, составленной изъ двухъ линѣй равныхъ частей сектора, былъ прямой.*

Рѣшен. Принявъ два такія числа, коихъ бы сумма квадратовъ была совершенный квадратъ, какъ *на прим.* 6 и 8, или 48 и 64; ибо квадратной корень изъ суммы первыхъ будетъ 10, а изъ вторыхъ 80; потомъ взявъ простымъ циркулемъ на линѣе равныхъ частей разстояніе отъ центра до числа 80 и растворя секторъ такъ, чтобы ножки простаго циркула, имѣющія раствореніе равное 80 частямъ, помѣститься могли на линѣяхъ равныхъ частей между числами 48 и 64; тогда линѣи равныхъ частей пропорціональнаго циркула будутъ оставлять уголъ прямой, потому что $(48)^2 + (64)^2 = (80)^2$ составляютъ прямоугольной треугольникъ *Гео.* § 174.

§ 180. ЗАДАЧА *Къ двумъ даннымъ линѣямъ f и g найти третію пропорціональную линѣю.* фиг. 153 я.

Рѣшен. Возьми простымъ циркулемъ линѣю *g*, и положи оную отъ центра *a* на линѣе равныхъ частей пропорціональнаго циркула, которая положимъ займетъ разстояніе *ad*; потомъ возьми другую *f*, и положи на той же линѣе отъ центра *a* до *b*; послѣ чего раствори пропорціональный циркулъ такъ, что бы раствореніе линѣи *g* помѣститься могло между двухъ равныхъ соотвѣтствующихъ чиселъ *b* и *c* первой линѣи *g*; тогда разстояніе

de между одинакими точками *d* и *e*, будетъ третія пропорціональная линѣя.

Доказ. Поелику треугольники *abc* и *ade* суть подобны, и что линѣя $ad = bc = g$; по сему $ab : ad = bc : de$, то есть ∺ $f : g : de$.

Примѣч. Ежели которая нибудь изъ данныхъ линѣй, будетъ больше длины линѣи равныхъ частей пропорціональнаго циркула, тогда надлежитъ брать половину, треть или четверть данныхъ линѣй, и потомъ сысканную *de* удвоить или утроить и проч. тогда получится требуемая третья пропорціональная линѣя.

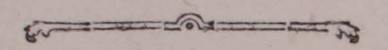
§ 181. ЗАДАЧА. *Къ тремъ даннымъ линѣямъ a, b и c, сыскать четвертую пропорціональную* фиг. 154 я.

Рѣшен. Возьми простымъ цыркулемъ линѣю *a* и положи оную отъ центра *e* на линѣе равныхъ частей пропорціональнаго циркула, которая положимъ займетъ разстояніе *ef*; потомъ разтвори пропорціональный циркулъ такъ, чтобы взятая простымъ циркулемъ линѣя *b* помѣститься могла между тѣми одинакими числами *f* и *g*; наконецъ взявъ третью линѣю *c* положи отъ центра *e* на линѣе равныхъ частей, которая положимъ займетъ разстояніе *eh*; тогда взятое разстояніе между сходственныхъ точекъ *h* и *i* будетъ четвертая пропорціональная линѣя.

Доказ. Ибо равнобедренные треугольники *fge* и *hei* подобны (*Гео.* §. 118); по сей причинѣ $ef : fg = eh : hi$, то есть $a : b = c : hi$.

Примѣч. Ежели какая нибудь изъ данныхъ линѣй будетъ больше линѣи равныхъ частей пропорціональнаго циркула; тогда отъ данныхъ линѣй надлежитъ брать одну половину, одну треть и проч.;

а по томъ сысканную такимъ образомъ линѣю *hi* удвоить, утроить и проч. тогда получится требуемая четвертая пропорціональная линѣя.



О составленіи и употребленіи линѣи хордъ.

§ 182. ЗАДАЧА. *Назначить на секторѣ линѣю хордъ* фиг. 147 я.

Рѣшен. Поелику линѣя хордъ должна содержать въ себѣ хорды или тетивы всѣхъ градусовъ полукруга; то для сего проведя линѣю *пb*, равную длинѣ линѣи равныхъ частей, на которой опиши полкруга *псb*, раздѣли оное полукружіе на 180 равныхъ частей, или посредствомъ исправнаго транспортира назначь 180 град.; по томъ изъ центра *п*, принимая хорды одного, 2хъ, 3хъ, 4хъ и далѣе град. за радіусъ, опиши дуги отъ одного до 10, 20 и далѣе град., то есть, перенеси всѣ проведенные на полкругѣ хорды, на линѣи *пb* и *пе* назначенныя на обоихъ ножкахъ сектора, и означивъ на сихъ линѣяхъ толикоежъ число точекъ, представляющихъ градусы хордъ полукруга, и надписавъ десятки град. числами 10 и 10, 20 и 20 и проч., получится требуемая линѣя хордъ.

На Англинскомъ секторѣ линѣя хордъ *пс*, назначается только отъ $\frac{1}{2}$ до 60 град. (*фиг.* 145); слѣдовательно хорда 60° равна радіусу *пс* пропорціональнаго циркула.

Для вѣрнѣйшаго назначиванія хордъ всѣхъ дугъ отъ $\frac{1}{2}$ до 60° и до 180°, сочиняется таблица хордъ всѣхъ дугъ полукруга такимъ

образомъ: пріискавъ въ простыхъ таблицахъ синусовъ величину синуса 30ти минутъ, который (исключая три послѣдніе знака) будетъ = 87, умножь сіе число на 2, то произведеніе 174 будетъ равно хордѣ двойнаго угла, то есть равно хордѣ 1 град.; потомъ взявъ изъ таблицы величину синуса одного град. = 174 (исключая три послѣдніе знака), умножь на 2, произведеніе 348 будетъ равно хордѣ 2хъ град. И такъ продолжая далѣе, бравъ величину синусовъ чрезъ каждую половину градуса до 30 град. сочинится таблица хордъ до 60 град. какъ-то въ предложенной таблицѣ видно; при чемъ хорда 60° = 1000 частямъ равна цѣлому синусу или синусу 90°.

Градусы, угловъ.	Величина хордъ тѣхъ угловъ.	Градусы угловъ.	Величина хордъ тѣхъ угловъ.	Градусы угловъ.	Величина хордъ тѣхъ угловъ.	Градусы угловъ.	Величина хордъ тѣхъ угловъ.	Градусы угловъ.	Величина хордъ тѣхъ угловъ.
1	174	13	2264	25	4328	37	6346	49	8292
2	348	14	2436	26	4498	38	6510	50	8452
3	522	15	2610	27	4668	39	6676	51	8610
4	696	16	2782	28	4838	40	6840	52	8766
5	872	17	2956	29	5006	41	7004	53	8922
6	1046	18	3128	30	5176	42	7166	54	9078
7	1220	19	3300	31	5344	43	7330	55	9234
8	1394	20	3472	32	5512	44	7492	56	9388
9	1568	21	3644	33	5680	45	7652	57	9542
10	1742	22	3816	34	5846	46	7814	58	9696
11	1916	23	3986	35	6014	47	7974	59	9848
12	2090	24	4158	36	6180	48	8134	60	10000

Такимъ же образомъ по извѣстнымъ синусамъ отъ 30° до 90°, для набранія хордъ на Французскомъ секторѣ, сочиняется таблица хордъ до 180°. По сочиненіи таблицы, чертится на мѣди геометрической размѣръ, коего 1000 частей равняется десяти частямъ линѣи равныхъ частей, на секторѣ назначеннымъ; слѣдовательно 10000 частей сего размѣра равны всей линѣи равныхъ частей Англинскаго сектора. На Французскомъ секторѣ оныя 10000 частей равны половинѣ линѣи равныхъ частей.

По томъ помощію означеннаго размѣра и таблицы назначиваются на секторѣ хорды всѣхъ дугъ такимъ образомъ: взявъ съ размѣра простымъ цыркулемъ 87 частей, положи отъ центра *n* по линѣе *n*C хордъ, чрезъ что означится хорда ½ град.; по томъ взявъ съ размѣра 174 части, положи отъ *n* по той же линѣи *n*C хордъ, получится хорда одного град. И такъ далѣе назначивъ точками или линѣечками хорды всѣхъ дугъ отъ ½ до 60°, а отъ 60 до 180°; на обоихъ ножкахъ сектора означь десятки ихъ числами 10 и 10, 20 и 20 и проч. получится требуемая линѣя хордъ. фиг. 145 и 147 я.

§ 183. ЗАДАЧА. *У точки* a *данной линѣи* ab, *сдѣлать уголъ желаемаго числа градусовъ* фиг. 155.

Рѣшен. Положимъ, что должно сдѣлать уголъ въ 70°, то взявъ простымъ циркулемъ произвольную часть *ac* линѣи *ab* за радіусъ, изъ точки *a* опиши неопредѣленной величины

дугу *cd*; потомъ разтвори пропорціональный циркулъ BAC такъ, чтобы взятой радіусъ *ac*, помѣститься могъ, на линѣяхъ хордъ между точекъ D и E, означенныхъ числами 60; возьми простымъ циркулемъ на тѣхъ же линѣяхъ разстояніе между точекъ F и G, означенныхъ числами 70, и положа оное отъ точки *c* по дугѣ *cd*, проведи линѣю *ade*, получишь уголъ *bae* желаемой величины.

Доказ. Поелику изъ подобныхъ треугольниковъ ADE и AGF извѣстно, что AD : AF = DE : FG = *ac* : *dc*; но какъ AF есть хорда 70 град. и AD радіусъ одного круга по сочиненію линѣи хордъ; по сей причинѣ и линѣя FG, равная хордѣ *dc* есть хорда 70 град. радіуса *ac*; слѣдовательно дуга *dfc*, измѣряющая уголъ *bae* = 70° *Геом.* § 152 *слѣд.* 2.

Примѣч. Поелику линѣя хордъ на Англискомъ секторѣ простирается только до 60°; то для опредѣленія требуемаго угла въ 70° надлежитъ, разтворя пропорціональный циркулъ какъ въ задачѣ показано, взять простымъ циркулемъ на линѣяхъ хордъ разстояніе между сходственными точками, соотвѣтствующими половинѣ даннаго числа град. то есть между 35 и 35, и оное по дугѣ *cfd* положить два раза, потомъ чрезъ послѣднюю точку *d* провесть линѣю *ade*, тогда получится желаемой величины уголъ *eab*.

§ 184. ЗАДАЧА. *Посредствомъ пропорціональнаго циркула найти число градусовъ угла* bae *даннаго на бумагѣ.* фиг. 155я.

Рѣшен. Изъ точки *a* произвольнымъ радіусомъ опиши дугу *cfd*; потомъ разтвори пропорціональный циркулъ такъ, чтобы ножки простаго циркула, представляющія радіусъ *ac*, помѣститься могли на линѣяхъ хордъ между

точекЪ D и E означенныхЪ числомЪ 60; а наконецЪ взявЪ простымЪ циркулемЪ величину хорды *cd*, положи на линѣяхЪ хордЪ такимЪ образомЪ, чтобы концы простаго циркула, представляющіе величину хорды *cd*, находились на одинакихЪ точкахЪ F и G равно-отстоящихЪ отЪ центра A сектора; тогда количество градусовЪ тѣмЪ точкамЪ соотвѣтствующее, какЪ *на прим.* 76 и 76, покажетЪ число градусовЪ даннаго угла *bae* или дуги *cd*.

Справедливость сего докажется также, какЪ и вЪ предыдущей задачѣ.

Примѣч. Ежели хорда *dc* будетЪ больше радіуса *ac*, то посредствомЪ Англинскаго сектора, слѣдуя сему рѣшенію, величину даннаго угла *bae* познать не можно: но надлежитЪ взять простымЪ циркулемЪ хорду *cf*, соотвѣтствующую половинѣ дуги *cd*, и разтворя пропорціональный циркулЪ, какЪ вЪ задачѣ показано, опредѣлить число градусовЪ дуги *cf*; а наконецЪ сіе количество, дважды взятое, покажетЪ число градусовЪ дуги *cd* или угла *bae*.

§ 185. ЗАДАЧА. *По извѣстному числу градусовЪ дуги* aЪ, *найти радіусЪ круга, которымЪ оная дуга описана.* фиг. 156.

Рѣшен. ПоложимЪ, что дуга *ab* имѣетЪ 50°; то взявЪ простымЪ циркулемЪ хорду *ab*, и разтворя пропорціональный циркулЪ, положи оную на линѣяхЪ хордЪ между точками D и E, означающими число 50 и 50, такЪ чтобы отверстіе DE было равно хордѣ *ab*, по томЪ возьми простымЪ циркулемЪ разстояніе между точками F и G, означающими число 60 и 60, то оное будетЪ равно требуемому радіусу *bc* или *ac*, коимЪ описана помянутая дуга *ab*.

§ 186. ЗАДАЧА. *Разтворить пропорціональный циркулъ такъ, чтобы линѣи хордъ сдѣлали уголъ желаемой величины, на прим. въ 47 град.* фиг. 157 я.

Рѣшен. Для сего надлежитъ взять простымъ циркулемъ на линѣи хордъ пропорціональнаго циркула *abc* разстояніе отъ центра *b* до *d* или *e*, соотвѣтствующее хордѣ 47 град.; по томъ разтворя пропорціональный циркулъ такъ, чтобы взятое разстояніе *bd* помѣститься могло, между точекъ *f* и *g*, означающихъ число 60 и 60; тогда линѣи хордъ составятъ требуемый уголъ *abc* въ 47 град.

Доказ. Поелику *bd* равная *fg* есть хорда 47 град. и *bf* есть хорда 60° равна радіусу одного круга, по сочиненію линѣи хордъ (§ 182); слѣдовательно и уголъ $abc = 47$ град.

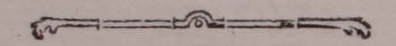
§ 187. ЗАДАЧА. *Когда пропорціональный циркулъ разтворенъ произвольно, то какъ найти уголъ разтворенія, составленный линѣями хордъ.* фиг. 157.

Рѣшен. Взявъ простымъ циркулемъ отверстіе *fg* между точекъ 60 и 60; по томъ поставя ножку циркула въ центрѣ *b* сектора, другую положить по линѣи хордъ; тогда оная ножка простаго циркула, соотвѣтствующая точкѣ *d*, *на прим.* числа 50 покажетъ, что искомой уголъ $abc = 50°$.

Истинна сего рѣшенія видна изъ предыдущей задачи.

Примѣч. Пропорціональный циркулъ иногда употребляется для измѣренія (посредствомъ линѣй

хордъ) на земли угловъ; для чего можно оной растворить по желанію; ибо двумя предыдущими предложеніями можно сдѣлать желаемой величины уголъ, также и найти число градусовъ угла линѣями хордъ составленнаго; равнымъ образомъ (не употребляя транспортира), помощію онаго сектора наносятся желаемой величины углы на бумагу, и оные измѣряются.



О сочиненіи и употребленіи линѣи правильныхъ многоугольниковъ.

§ 188. ЗАДАЧА. *Назначить на ножкахъ пропорціональнаго циркула линѣю правильныхъ многоугольниковъ, содержащую въ себѣ бока отъ квадрата до 12ти угольника, въ одномъ кругѣ вписанныхъ.* фиг. 145.

Рѣшен. Поелику число боковъ, считая отъ квадрата до 12ти угольника, есть 8, и изъ всѣхъ правильныхъ многоугольниковъ, въ одномъ кругѣ вписанныхъ, бокъ квадрата (исключая равносторонный треугольникъ) больше всякаго другаго бока; то для сего, проведя отъ центра *n*, на обѣихъ ножкахъ сектора, линѣи *n*4 и *n*4, равныя длинѣ линѣи равныхъ частей, изъ коихъ каждая будетъ представлять бокъ квадрата; раздѣли сей бокъ на 1000 равныхъ частей; а чтобы найти величину каждаго бока прочихъ многоугольниковъ, *на прим.* шестіугольника, то надлежитъ бокъ квадрата, то есть 1000 частей умножить квадратно; половина сего квадрата, то есть 500000, будетъ равна квадрату изъ радіуса круга, около онаго квадрата описаннаго (*Гео.*

§ 245 *приб.*), коего квадратной корень 707 будетъ равенъ боку шестіугольника. Сей полупоперешникъ найти можно чрезъ слѣдующую пропорцію: какъ цѣлой синусъ 100000,00 содержится къ боку квадрата 1000, такъ 45° синусъ 70710,68 къ боку шестіугольника 707 (§ 42). По извѣстномуже радіусу круга сыщется величина боковъ прочихъ многоугольниковъ чрезъ слѣдующую пропорцію: какъ синусъ половины угла при окружности содержится къ синусу угла при центрѣ, такъ радіусъ къ искомому боку правильнаго многоугольника. Такимъ образомъ найдена величина каждаго бока правильныхъ многоугольниковъ отъ квадрата до 12ти-угольника, какъ-то многоугольники IV, V, VI, VII, VIII, IX, X, XI, XII. ихъ бока 1000, 830, 707, 613, 540, 484, 437, 398, 366. По сочиненіи сей таблицы, бравъ простымъ циркулемъ съ Геометрическаго размѣра, раздѣленнаго на 1000 частей, равнаго боку квадрата *п4*, столько частей для каждаго бока многоугольника, сколько въ таблицѣ показано, полагай отъ центра *п* на обѣ ножки сектора, тогда получится требуемая линѣя правильныхъ многоугольниковъ.

§ 189. ЗАДАЧА. *Въ данномъ кругѣ fgh, посредствомъ пропорціональнаго циркула, начертить какой нибудь правильной многоугольникъ, на прим. семіугольникъ.* фиг. 158я.

Рѣшен. Пусть каждая изъ линѣй *ab* и *ac*, будетъ линѣя полигоновъ пропорціональнаго циркула, и центръ онаго есть *a*, и что разстояніи точекъ *b* и *c* отъ центра *a*, суть бока

шестіугольника, а разстояніи точекъ *d* и *e* отъ центра суть бока правильнаго семіугольника; то взявъ простымъ циркулемъ длину радіуса *if* или *ig*, разтвори пропорціональный циркулъ такъ, чтобы взятой радіусъ *if* помѣститься могъ на линѣяхъ полигоновъ пропорціональнаго циркула между точекъ *b* и *c*, означенныхъ числомъ 6; потомъ возьми простымъ циркулемъ разстояніе точекъ *d* и *e*, показывающихъ число 7, то оное будетъ бокъ требуемаго семіугольника, и по окружности даннаго круга *hgf* положится семь разъ.

Доказ. Поелику въ двухъ подобныхъ равнобедренныхъ треугольникахъ *abc* и *ade*, будетъ $ad : ab = de$ или $fg : bc$ или fi; но *ad* есть бокъ правильнаго семіугольника, вписаннаго въ кругѣ, котораго радіусъ есть *ab* по сочиненію линѣи полигоновъ; слѣдовательно и *de* или *fg* есть бокъ правильнаго семіугольника, вписаннаго въ кругѣ, котораго радіусъ *bc* или *fi*.

Примѣч. I. Ежели радїусъ даннаго круга будетъ весьма великъ, то надлежитъ на линѣяхъ полигоновъ пропорцїональнаго циркула полагать половину или треть онаго; тогда удвоенная или утроенная линѣя *de* будетъ равна боку требуемаго правильнаго многоугольника.

Примѣч II. Ежели должно будетъ въ данномъ кругѣ начертить правильной 13ти или болѣе угольникъ, то въ такомъ случаѣ раздѣли 360 град. на 13 равныхъ частей; по томъ посредствомъ линѣи хордъ опредѣли уголъ или хорду соотвѣтствующую числу градусовъ при центрѣ (§ 183), которая по окружности круга положится 13 разъ, и чрезъ то начертится требуемой правильной многоугольникъ.

§ 190 ЗАДАЧА. *На данной линѣи fg, посредствомъ пропорціональнаго циркула,*

начертить какой нибудь правильной многоугольникъ на прим. 7 ми. фиг. 158 я.

Рѣшен. Взявъ данную линѣю fg обыкновеннымъ циркулемъ, разтвори пропорціональный циркулъ bac такъ, что бы взятое разстояніе линѣи fg помѣститься могло на линѣяхъ полигоновъ между точекъ d и e, соотвѣтствующихъ числу 7 и 7; потомъ возьми простымъ циркулемъ разстояніе bc между точекъ 6 и 6, то оное будетъ равно радіусу fi требуемаго семіугольника, то есть, равно радіусу того круга, въ коемъ показанной многоугольникъ начертить должно.

Доказ. Поелику изъ двухъ подобныхъ равнобедренныхъ треугольниковъ abc и ade извѣстно, что содержаніе двухъ линѣй ad и ab, равно содержанію линѣй de и bc: но какъ линѣя ad есть бокъ семіугольника вписаннаго въ кругѣ, котораго радіусъ есть ab по составленію линѣи полигоновъ; слѣдовательно и линѣя $bc = fi$ есть радіусъ правильнаго семіугольника, котораго бокъ линѣя fg.

Примѣч. Ежели данной бокъ fg, будетъ такъ великъ, что между ножками пропорціональнаго циркула помѣститься не можетъ; въ такомъ случаѣ надлежитъ на линѣяхъ полигоновъ пропорціональнаго циркула полагать половину, или треть даннаго бока; тогда удвоенная или утроенная линѣя bc, будетъ полупоперешникъ правильнаго многоугольника.

§ 191. ЗАДАЧА. *Данную линѣю fg раздѣлить по наружной посредственной пропорціи. фиг. 159 я.*

Рѣшен. Положимъ, что линѣи ab и ac, означаютъ бока полигоновъ пропорціональнаго циркула, коего центръ есть a, и что точки

b и *c* суть точки бока шестіугольника, а точки *d* и *e* означають бокъ десятіугольника; то взявъ обыкновеннымъ циркулемъ длину линѣи *fg*, раствори пропорціональный циркулъ такъ, чтобы взятая линѣя *fg* помѣститься могла на линѣяхъ полигоновъ между одинакими точками *b* и *c*, соотвѣтствующими числу 6 и 6; потомъ взявши разстояніе *de* между числами 10 и 10, положи на данную линѣю отъ *f* до *h*; тогда линѣя *fh* будетъ средняя пропорціональная между *hg* и *fg*.

Доказ. По § 189 докажется, что *de* или *fh* есть бокъ правильнаго десятіугольника, котораго радіусъ *bc* или *fg*; слѣдовательно данная линѣя *fg*, въ точкѣ *h* раздѣлена по наружной посредственной пропорціи *Геом.* § 141.

Примѣч. I. Ежели данная линѣя *fg* будетъ велика, то должно на линѣяхъ полигоновъ полагать половину или треть оной; тогда удвоенная или утроенная линѣя *de* будетъ средняя пропорціональная между *hg* и *fg*.

Примѣч. II. Сія задача рѣшена быть можетъ посредствомъ линѣи хордъ, когда данная линѣя *fg* положится на линѣяхъ хордъ пропорціональнаго циркула между точками 60 и 60; а потомъ на тѣхъ же линѣяхъ возмется разстояніе между одинакими точками 36 и 36, то оное будетъ требуемая средняя пропорціональная между *hg* и *fg* *Гео.* § 141.

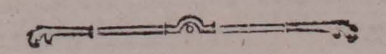
Прибавл. Ежели потребно будетъ на данной линѣи *fg* начертить такой треугольникъ, котораго бы уголъ при основаніи былъ вдвое угла верхняго (*фиг.* 160); тогда слѣдуетъ данную линѣю *fg* помѣстить на линѣяхъ полигоновъ между точками *d* и *e*, соотвѣтствующими числу 10 и 10 (*фиг.* 159); потомъ взять раз-

стояніе bc между одинакими точками 6 и 6, то оное будетъ бокъ $fh = gh$ требуемаго треугольника fgh *Геом.* § 141.

§ 192. ЗАДАЧА. *Растворить пропорціональный циркулъ такимъ образомъ, что бы линѣи полигоновъ составляли уголъ прямой.* фиг. 161 я.

Рѣшен. Положимъ, что каждая изъ линѣй ab и ac есть линѣя полигоновъ пропорціональнаго циркула, котораго центръ есть a, и что ab бокъ пятіугольника, ad бокъ шестіугольника и ae бокъ десятіугольника; то растворя пропорціональный циркулъ такъ, чтобы разстояніе ed между точками 6 и 10, равно было боку пятіугольника ab; тогда линѣи ab и ac полигоновъ сдѣлаютъ уголъ bac прямой.

Доказ. Поелику квадратъ линѣи ab или ed, то есть, квадратъ бока пятіугольника, равенъ квадрату бока ae десятіугольника съ квадратомъ бока ad шестіугольника (*Гео.* § 226); по сему треугольникъ dae прямоугольной, и слѣдовательно уголъ bac прямой.



О начертаніи и употребленіи линѣи плоскостей.

§ 193. ЗАДАЧА. *Назначить на ножкахъ сектора линѣю плоскостей* (les plans) фиг. 148 я.

Рѣшен. Поелику линѣя плоскостей, назначающаяся на Французскомъ секторѣ, должна содержать въ себѣ сходственные бока подоб-

ныхъ плоскостей, увеличивающихся отъ единицы до 64 натуральныхъ чиселъ; по сей причинѣ, проведя на ножкахъ сектора линѣи *п*64, *п*64, равны длинѣ линѣи равныхъ частей, изъ коихъ каждая будетъ означать бокъ плоскости въ 64 раза больше первой подобной ей плоскости, у которой сходственное измѣреніе будетъ равно восьмой части всей линѣи плоскостей; ибо плоскости подобныхъ многоугольниковъ содержатся какъ квадраты сходственныхъ боковъ; по сему квадратъ изъ восьми частей въ 64 раза больше квадрата бока изъ восьмой части цѣлой линѣи; слѣдовательно и всякая подобная плоскость, у которой бокъ равенъ всей линѣи плоскостей, будетъ въ 64 раза больше подобной плоскости, у которой сходственный бокъ есть восьмая часть всей линѣи *п*64 плоскостей (*). А дабы найти величину бока первой и меньшей плоскости, то положимъ, что бокъ въ 64 раза большей плоскости содержитъ въ себѣ 1000 равныхъ частей, которое раздѣля на 8, частное число 125 будетъ равно боку первой и самой меньшой плоскости. Для сысканія же сходственнаго бока удвоенной плоскости надлежитъ изъ удвоеннаго квадрата числа 125, то есть изъ 31250 извлечь квадратной корень, которой $=$ 177; то сіе число будетъ означать величину сходственнаго бока удвоенной плоскости. Естьли же квадратъ 15625, изъ числа 125 умножится чрезъ 3, то квад-

---

(*) Число 64 взято для того, что квадратный корень онаго есть совершенный, то есть $\sqrt{64} = 8$.

ратной корень 216 изъ сего произведенія будетъ означать величину бока утроенной плоскости. Изъ учетвереннаго же квадрата отъ числа 125, означающаго бокъ первой плоскости, квадратной корень 250 будетъ означать величину сходственнаго бока вчетверо большей плоскости, и такъ далѣе сыщутся величины сходственныхъ боковъ, впятеро, вшестеро и до самой въ 64 раза большей плоскости. Потомъ взявъ простымъ циркулемъ 125 частей съ Геометрическаго размѣра, для того начерченнаго, положи отъ центра *п* на обѣихъ линѣяхъ плоскостей, получатся точки, означающія величину бока первой плоскости; а положа отъ центра *п* по линѣямъ плоскостей, съ тогожъ размѣра 177 частей, означится точка, опредѣляющая величину бока удвоенной плоскости; естьли же положится 216 частей, то получится точка, означающая величину бока утроенной плоскости, и такъ далѣе полагая всѣ найденныя части до 64й и самой большой плоскости, назначатся требуемыя линѣи плоскостей.

§ 194. ЗАДАЧА. *Посредствомъ пропорціональнаго циркула начертить треугольникъ ikl подобной данному fgh, которой бы содержался къ данному какъ 4 къ 3мъ.* фиг. 162я.

Рѣшен. Положимъ, что каждая изъ линѣи *тп* и *ти*, будетъ линѣя плоскостей пропорціональнаго циркула, котораго центръ есть точка *т*; точки, замѣченныя чрезъ 4, или четвертой плоскости суть *п* и *и*, точки 3 и 3,

или третій плоскости суть *d* и *e*; то для сысканія сходственнаго бока къ боку *fg* даннаго треугольника *fgh*, возьми обыкновеннымъ циркулемъ длину бока *fg* и разтвори пропорціональный циркулъ такъ, что бы разстояніе *de*, означающее число 3 и 3 равно было боку *fg*; тогда разстояніе *nu*, означающее 4 и 4, будетъ сходственный бокъ *ik* къ боку *fg* требуемаго треугольника. Такимъ же образомъ сыщи сходственный бокъ *il* къ боку *fh*, и бокъ *kl* сходственный боку *gh*; тогда изъ сихъ линѣй начерченной треугольникъ *ikl* будетъ подобенъ данному *fgh* и въ требуемомъ содержаніи.

Доказ. Ибо для подобія равнобедренныхъ треугольниковъ *mnu* и *mde* будетъ $de : nu = md : mn$, при чемъ и $\overline{de}^2 : \overline{nu}^2 = \overline{md}^2 : \overline{mn}^2$, но $\overline{md}^2 : \overline{mn}^2 = 3 : 4$ по сочиненію линѣи плоскостей; по сему $\overline{de}^2$ или $\overline{fg}^2 : \overline{nu}^2$ или $\overline{ik}^2 = 3 : 4$; равнымъ образомъ докажется, что $\overline{fh}^2 : \overline{il}^2 = \overline{hg}^2 : \overline{kl}^2 = 3 : 4$, по сему три квадрата *fg*, *fh* и *gh* суть пропорціональны тремъ квадратамъ изъ боковъ, *ik*, *il* и *kl*; слѣдовательно и три бока треугольника *fgh* суть пропорціональны тремъ бокамъ треугольника *ikl* *Ариѳ.* § 129, и сіи два треугольника подобны между собою (*Геом.* § 243). По сему треугольникъ $fgh : \Delta ikl = \overline{fg}^2 : \overline{ik}^2 = 3 : 4$.

Прибавл. Такимъ же образомъ прямолинѣйныя фигуры, или плоскости увеличиваются въ желаемомъ содержаніи чиселъ, или во столько разъ, во сколько потребно будетъ.

Примѣч. I. Ежели члены даннаго содержанія будутъ превосходить число 64 (поелику на линѣяхъ плоскостей самая большая плоскость есть 64), въ такомъ случаѣ должно оныя количества раздѣлить на такое число, на какое можно будетъ; а по томъ начертить требуемой треугольникъ или многоугольникъ подобенъ данному въ содержаніи частныхъ чиселъ, какъ предписано.

Примѣч. II. Ежели члены даннаго содержанія будутъ дроби, имѣющія разныхъ знаменателей; то надлежитъ во первыхъ привести ихъ къ одному знаменателю, а по томъ начертить требуемой многоугольникъ въ содержаніи ихъ числителей, какъ въ задачѣ показано.

§ 195. ЗАДАЧА. *Сыскать содержаніе двухъ подобныхъ плоскостей* A *и* B, (*фиг.* 211. *Геом.*)

Рѣшен. Положивъ, что *mn* есть пропорціональный циркулъ (*фиг.* 162), и что должно узнать содержаніе фигуры A къ фигурѣ B; то возьми простымъ циркулемъ бокъ *ab* меньшей фигуры A, и растввори пропорціональный циркулъ такимъ образомъ, чтобы концы простаго циркула находились на линѣяхъ плоскостей въ какихъ нибудь точкахъ равно отстоящихъ отъ центра *m*, какъ на прим. въ *d* и *e* означенныхъ числами 4 и 4; по томъ взявши простымъ циркулемъ бокъ *ac* другой фигуры B, помѣсти оной на тѣхъ же линѣяхъ плоскостей между одинакими точками, на пр. въ *n* и *u*, показующими число 7 и 7; тогда содержаніе, какое будетъ между числами въ точкахъ *d* и *n*, покажетъ содержаніе фигуры A къ фигурѣ B, то есть будетъ фигура A : B = 4 : 7.

Истина сего предложенія видна изъ доказательства предыдущей задачи.

Примѣч. I. Ежели бока данныхъ фигуръ будутъ весьма велики, такъ что между линѣями плоскостей помѣститься не могутъ, то надлежитъ каждой бокъ изъ данныхъ фигуръ раздѣля на двѣ, на три и болѣе равныхъ частей, полагать оныя на линѣяхъ плоскостей, какъ въ задачѣ показано; тогда сысканныя точки *n* и *d* покажутъ содержаніе фигуръ.

Примѣч. II Когда при положеніи бока *ab* фигуры А на линѣяхъ плоскостей въ одинакихъ точкахъ *d* и *e*, взятой простымъ циркулемъ бокъ *ac* другой фигуры В не точно на одинакихъ точкахъ *n* и *u* помѣщаться будетъ; тогда надлежитъ взятую величину бока *ab* помѣщать между другими одинакими точками до тѣхъ поръ, пока точно помѣститься на линѣяхъ плоскостей между одинакими точками взятой простымъ циркуломъ бокъ *ac* другой фигуры В. Такимъ же образомъ сыскивается содержаніе круговъ, при чемъ вмѣсто боковъ берутся ихъ радіусы или діаметры.

§ 196. ЗАДАЧА. *Начертить плоскость равну и подобну двумъ даннымъ подобнымъ плоскостямъ.* фиг. 163.

Рѣшен. Положимъ, бокъ одной плоскости изображаетъ линѣя *kl*, и сходственный бокъ другой плоскости есть линѣя *hi*; то, растворя пропорціональный циркулъ произвольно, помѣсти простымъ циркулемъ линѣю *kl* на линѣяхъ АВ и АС плоскостей, между одинакими точками *g* и *f*, кои *на прим.* означаютъ число 13 и 13; и не сжимая сектора помѣсти также и другой бокъ *hi* между равноотстоящими отъ центра точками *d* и *e*, означающими *на пр.* число 22 и 22; потомъ возми простымъ циркулемъ на тѣхъ же линѣяхъ плоскостей, раз-

стояніе BC, между одинакими точками, соотвѣтствующими суммѣ двухъ чиселъ 13 и 22, то есть между точками 35 и 35; тогда линѣя BC будетъ бокъ требуемой плоскости, и начерченная на оной плоскость будетъ равна двумъ даннымъ плоскостямъ.

Доказ. Поелику для подобія равнобедренныхъ треугольниковъ ABC, Ade и Agf, будетъ $Ag : fg = Ad : de = AB : BC$, и посему $Ag^2 : fg^2 = Ad^2 : de^2 = AB^2 : BC^2$; при чемъ $Ag^2 + Ad^2 : fg^2 + de^2 = AB^2 : BC^2$; но $Ag^2 + Ad^2 = AB^2$, то есть, $13 + 22 = 35$ по сочиненію линѣи плоскостей; плоскости же подобныхъ фигуръ содержатся какъ квадраты сходственныхъ боковъ; слѣдовательно и сумма подобныхъ плоскостей, начерченныхъ на линѣяхъ kl и hi будетъ равна подобной плоскости, начертится должной на линѣи BC.

Прибавл. Естьли потребно будетъ найти сходственный бокъ такой плоскости, которая бы равна была разности двухъ подобныхъ плоскостей; тогда помѣстивъ сходственныя ихъ измѣренія между линѣями плоскостей сектора, какъ въ задачѣ показано, надлежитъ простымъ циркулемъ взять разстояніе между двумя такими точками, коихъ бы число равно было разности тѣхъ чиселъ, между коими два сходственныя измѣренія данныхъ фигуръ на линѣяхъ плоскостей помѣститься могутъ; тогда помянутое разстояніе будетъ означать сходственный бокъ подобной фигуры, которая будетъ равна разности двухъ данныхъ плоскостей.

Примѣч. Ежели бока данныхъ фигуръ на линѣяхъ плоскостей помѣститься не могутъ; тогда надлежитъ съ ними поступать, какъ въ примѣчаніяхъ предъ симъ уже не однократно показано было.

§ 197. ЗАДАЧА. *Между двухъ данныхъ линѣй fg и hi, найти среднюю пропорціональную.* фиг. 164.

Рѣшен. Для сысканія средней пропорціональной линѣи между данными fg и hi, должно каждую изъ данныхъ линѣй смѣрять по геометрическому размѣру, изъ коихъ на прим. меньшая fg будетъ имѣть 21, а большая hi 45 равныхъ частей; потомъ взявъ простымъ циркулемъ величину большой линѣи hi, положи на линѣяхъ плоскостей сектора между одинакими точками b и c, показывающими число 45 и 45; тогда разстояніе de, взятое между точекъ 21 и 21, будетъ требуемая средняя пропорціональная линѣя, между двухъ данныхъ fg и hi.

Доказ. Въ равнобедренныхъ подобныхъ треугольникахъ abc и ade будетъ $ab : ad = bc : de$, или $ab : ad = hi : de$, ибо $bc = hi$ по положенію, при чемъ и $\overline{ab}^2 : \overline{ad}^2 = \overline{hi}^2 : \overline{de}^2$ (*Ариѳ.* § 122); но $\overline{ab}^2 : \overline{ad}^2 = 45 : 21$ по сочиненію линѣи плоскостей (§ 193); по сему $\overline{hi}^2 : \overline{de}^2 = 45 : 21 = hi : fg$, то есть квадратъ первой линѣи hi, содержится къ квадрату второй de, какъ первая hi къ третій fg; слѣдовательно линѣя de есть средняя пропорціональная между hi и fg (*Гео.* § 245); и потому будетъ $\div\!\div\; hi : de : fg$.

Слѣдст I. Посредствомъ сей задачи весьма легко найти можно бокъ квадрата, равнаго кругу, естьли только между радіусомъ и половиною окружности даннаго круга найдется средняя пропорціональная линѣя (*Гео.* § 297). Также когда сыщется между высотою и половиною основанія всякаго треугольника, средняя пропорціональная; то оная будетъ бокъ квадрата, равнаго данному треугольнику.

Слѣдст. II. Такимъ же образомъ сыщется бокъ квадрата, равнаго разности двухъ квадратовъ, естьли только между суммою и разностію боковъ двухъ данныхъ квадратовъ, найдется средняя пропорціональная линѣя (*Гео.* § 344). Тожъ должно разумѣть и о подобныхъ фигурахъ, что сказано о квадратахъ; ибо плоскости подобныхъ фигуръ содержатся между собою какъ квадраты сходственныхъ боковъ (*Геом.* § 243).

Примѣч. Ежели числа данныхъ линѣй *hi* и *fg* будутъ превосходить число 64; то въ такомъ случаѣ надлежитъ брать оныхъ половину, треть или четверть, при чемъ сысканная *de* вдвое, втрое или вчетверо взятая, будетъ средняя пропорціональная линѣя.

О сочиненіи и употребленіи линѣи тѣлъ.

§ 198. ЗАДАЧА. *Назначить на ножкахъ пропорціональнаго циркула линѣю тѣлъ.* фиг. 147 я.

Рѣшен. Поелику на линѣяхъ тѣлъ должны находиться сходственныя измѣренія подобныхъ

тѣлъ, увеличивающихся отъ единицы до 64 натуральныхъ чиселъ; то для сего, проведя отъ центра *n* на ножкахъ сектора линѣи *n*64, *n*64 равныя линѣи равныхъ частей, изображающія бокъ тѣла въ 64 раза больше перваго подобнаго ему тѣла, коего сходственное измѣреніе будетъ равно четвертой части всей линѣи тѣлъ; потому что толстоты подобныхъ тѣлъ содержатся какъ кубы сходственныхъ измѣреній: но поелику кубъ изъ 4хъ частей въ 64 раза больше куба изъ бока четвертой части; слѣдовательно и всякое подобное тѣло, у котораго сходственное измѣреніе равно всей линѣи тѣлъ, будетъ въ 64 раза больше подобнаго тѣла, у котораго сходственное измѣреніе равно четвертой части всей линѣи *n*64 тѣлъ (*). А дабы найти величину бока перваго и самаго малѣйшаго тѣла, то положимъ, что бокъ въ 64 раза большаго тѣла содержитъ въ себѣ 1000 равныхъ частей, которое раздѣливъ на 4, частное число 250 будетъ равно боку перваго и самаго меньшаго тѣла. Для сысканія же сходственнаго бока удвоеннаго тѣла надлежитъ изъ удвоеннаго куба числа 250, то есть изъ 31250000 извлечь кубической корень, который будетъ 315, то сіе число будетъ означать величину сходственнаго бока удвоеннаго тѣла. Когда же кубъ 15625000 изъ числа 250 умножится на 3, то кубической корень 360 изъ сего произведенія будетъ означать вели-

(*) Число 64 берется для того, что кубической корень онаго есть совершенный, то есть $\sqrt{64} = 4$.

чину бока утроеннаго тѣла. Изъ учетверен-
наго же куба отъ числа 250, означающаго бокъ
перваго тѣла, кубической корень 397, будетъ
означать величину сходственнаго бока вчет-
веро большаго тѣла, и такъ далѣе сыщутся
величины сходственныхъ измѣреній впятеро,
вшестеро и до самаго въ 64 раза большаго
тѣла. По томъ взявъ съ пріуготовленнаго
геометрическаго размѣра простымъ циркулемъ
250 частей, положи на обѣихъ линѣяхъ тѣлъ
отъ центра *n*, тогда получатся точки, озна-
чающія величину бока перваго тѣла, а поло-
жа отъ центра *n* на тѣхъ же линѣяхъ, съ
тогожъ размѣра взятыя 315 частей, полу-
чатся точки, опредѣляющія величину бока
удвоеннаго тѣла; естьли же положится 360
частей, то получится точка, означающая ве-
личину бока утроеннаго тѣла, и такъ далѣе
полагая всѣ найденныя части до 64го и самаго
большаго тѣла, назначатся требуемыя линѣи
тѣлъ.

§ 199. ЗАДАЧА. *Сдѣлать пирамиду по-
добную fghi, и чтобы толстота оной со-
держалась къ толстотѣ данной какъ 55: 16.*
фиг. 165.

Рѣшен. Положимъ, что каждая изъ линѣй
ab и *ac* представляетъ линѣю тѣлъ пропорці-
ональнаго циркула, котораго центръ есть *a*;
то для сысканія сходственнаго бока къ боку
fg данной пирамиды *fghi*, взявъ обыкновен-
нымъ циркулемъ величину бока *fg*, положи на
линѣяхъ тѣлъ пропорціональнаго циркула такъ,
что бы взятой бокъ пирамиды *fg*, помѣститься

могъ между одинакими точками d и e, показывающими число 16 и 16; тогда разстояніе bc между точекъ 55 и 55 будетъ бокъ kl основанія, требуемой пирамиды, сходственный боку fg. Равнымъ образомъ сыщется къ боку gi сходственный бокъ ln, и къ высотѣ ip сходственная высота on; а наконецъ сдѣланная такимъ образомъ пирамида $klnm$ будетъ подобна данной $fghi$, и толстота оной содержится къ толстотѣ данной $fghi$ какъ 55: 16.

Доказ. Поелику для подобія равнобедренныхъ треугольниковъ abc и ade, будетъ $ad : ab = de : bc$, при чемъ и $\overline{ad}^3 : \overline{ab}^3 = \overline{de}^3 : \overline{bc}^3 = \overline{fg}^3 : \overline{kl}^3$ (*Ариѳ.* § 129); но $\overline{ad}^3 : \overline{ab}^3 = 16 : 55$ по сочиненію линѣи тѣлъ пропорціональнаго циркула (§ 198); по сему $\overline{fg}^3 : \overline{kl}^3 = 16 : 55$; слѣдовательно и толстота пирамиды $fghi : klmn = 16 : 55$; потому что толстоты пирамидъ содержатся между собою какъ кубы сходственныхъ боковъ (*Гео.* § 463) (*).

(*) Не малому затрудненію подвергаются тѣ особы, кои иногда желаютъ сдѣлать сосудъ, подобной другому, большее или меньшее количество кружекъ или ведръ жидкаго вещества вмѣщающему, что самое посредствомъ пропорціональнаго циркула почти и незнающему Геометріи учинить весьма не трудно. *На прим.* ежели потребно сдѣлать сосудъ $pikq$ (*Фиг.* 166) въ которой бы входило жидкаго вещества 123 ведра или кружки, и подобенъ данному А, мѣрою въ 60 ведръ или кружекъ. Въ такомъ случаѣ надлежитъ поперешникъ mn раздѣля на 10, 20 или болѣе частей, и взявъ одну изъ оныхъ часть простымъ циркулемъ, положить на линѣи

Слѣдств. Такимъ же образомъ увеличиваются въ желаемыя и данной пропорціи части всѣ подобныя тѣла, естьли только взяты будутъ при увеличиваніи шаровъ ихъ діаметры, а для прочихъ тѣлъ бока ихъ основаній и высоты, и съ ними поступлено будетъ въ сходственность сей задачи. Равнымъ образомъ уменьшаются или дѣлятся въ желаемыя и данной пропорціи части шары, кубы и всѣ подобныя тѣла.

Примѣч. Ежели должно будетъ сдѣлать тѣло подобное данному, въ содержаніи дробей, имѣющихъ разныхъ знаменателей, тогда надлежитъ данныя дроби привести къ одному знаменателю; а потомъ сдѣлать требуемое тѣло, въ содержаніи ихъ числителей.

§ 200. ЗАДАЧА. *Найти содержаніе двухъ подобныхъ данныхъ тѣлъ fghi и klmn.* фиг. 165.

Рѣшен. Естьли потребно знать содержаніе пирамидъ *fghi* и *klmn*; то возьми простымъ циркулемъ бокъ *fg*, и разтвори пропорціональный циркулъ такъ, чтобы концы взятаго про-

---

тѣлъ пропорціональнаго циркула между точками *d* и *e* (*фиг.* 167), соотвѣтствующими числу 20 и 20; тогда разстояніе *bc* между точекъ 41 и 41 (поелику 60 : 123 = 20 : 41) вдесять, двадцать или болѣе разъ взятое, покажетъ діаметръ *lo* требуемаго сосуда; также надлежитъ найти къ діаметру *ef*, *gh* къ высотѣ *rs* и проч. сходственныя измѣренія *pq*, *ik*, *xu* и проч.; а потомъ по сысканнымъ такимъ образомъ частямъ, сдѣлать сосудъ, которой будетъ вмѣщать въ себя опредѣленное число мѣръ жидкаго вещества. Тожъ должно разумѣть и о всякихъ другихъ сосудахъ въ экономіи употребиться могущихъ.

стымъ циркулемъ бока *fg* находились на линѣяхъ тѣлъ въ равно-отстоящихъ отъ центра *a* точкахъ *d* и *e*, показующихъ число 16 и 16; потомъ взявъ простымъ циркулемъ бокъ *kl* пирамиды *klmn*, помѣсти оной на тѣхъ же линѣяхъ тѣлъ, между одинакими точками *b* и *c*, означающими *на прим.* число 55 и 55; тогда означенныя числа въ точкахъ *d* и *b* покажутъ, что пирамида *fghi* : *klmn* = 16 : 55.

Истина сего предложенія видна изъ доказательства предыдущей задачи.

Примѣч. I. Ежели бока данныхъ фигуръ на линѣяхъ тѣлъ помѣститься не могутъ, тогда надлежитъ каждой бокъ изъ данныхъ тѣлъ раздѣлить на двѣ, на три и болѣе равныя части, а потомъ съ частьми оныхъ поступать какъ въ задачѣ показано.

Примѣч. II. Когда при положеніи бока *fg* пирамиды *fghi* на линѣяхъ тѣлъ въ одинакихъ точкахъ *e* и *d*, взятой простымъ циркулемъ бокъ *lk* не точно будетъ находиться на одинакихъ точкахъ *b* и *c*; тогда надлежитъ взятую величину бока *fg* помѣщать между другими сходными точками до тѣхъ поръ, пока бокъ *kl* взятой циркулемъ, точно помѣстится на линѣяхъ тѣлъ между одинакими точками.

Примѣч. III. Такимъ же образомъ сыскивается содержаніе всѣхъ подобныхъ тѣлъ.

§ 201. ЗАДАЧА. *Сдѣлать кубъ равенъ двумъ неравнымъ кубамъ.*

Рѣшен. Положимъ, что каждая изъ линѣй AB и AC есть линѣя тѣлъ пропорціональнаго циркула, котораго центръ есть A (*фиг* 163), то для сысканія бока куба равнаго двумъ даннымъ кубамъ, коихъ бока пусть будутъ равны линѣямъ *hi* и *kl*; надлежитъ растворить пропорціональный циркулъ произвольно и взявъ длину

бока kl простымъ циркулемъ, помѣстить на линѣяхъ тѣлъ въ равно-отстоящихъ отъ центра точкахъ *на прим.* g и f, кои означаютъ число 9 и 9; по томъ, не сжимая пропорціональнаго циркула, помѣстить также и другой бокъ куба hi между одинакими точками d и e, которыя означаютъ *на прим.* число 32 и 32; на послѣдокъ взявъ простымъ циркулемъ на линѣяхъ тѣлъ разстояніе BC между одинакими точками, соотвѣтствующими суммѣ двухъ чиселъ 9 и 32, то есть между точекъ 41 и 41, получится бокъ BC куба равнаго двумъ даннымъ.

Доказ. Поелику для подобія равнобедренныхъ треугольниковъ ABC, Ade и Agf, будетъ $Ag : fg = Ad : de = AB : BC$, по сему и $\overline{Ag}^3 : \overline{fg}^3 = \overline{Ad}^3 : \overline{de}^3 = \overline{AB}^3 : \overline{BC}^3$, при чемъ $\overline{Ag}^3 + \overline{Ad}^3 : \overline{fg}^3 + \overline{de}^3 = \overline{AB}^3 : \overline{BC}^3$; но $\overline{Ag}^3 + \overline{Ad}^3 = \overline{AB}^3$, то есть $9 + 32 = 41$ по сочиненію линѣи тѣлъ; слѣдовательно $\overline{fg}^3 + \overline{de}^3 = \overline{BC}^3$, то есть, кубъ линѣи hi съ кубомъ линѣи kl равны кубу изъ линѣи BC.

Слѣдст. Такимъ же образомъ сыскивается сходственный бокъ всякаго правильнаго и неправильнаго тѣла, равнаго двумъ даннымъ подобнымъ между собою тѣламъ. А чтобъ найти сходственный бокъ такого тѣла, которое бы толстотою равно было тремъ даннымъ подобнымъ тѣламъ; то надлежитъ прежде найти сходственный бокъ тѣла равнаго двумъ даннымъ тѣламъ, а потомъ къ сысканному боку тѣла (которое равно двумъ даннымъ) и къ

сходственному боку третьяго даннаго тѣла; сыщется сходственный бокъ такого тѣла, которое будетъ равно тремъ даннымъ подобнымъ тѣламъ.

Примѣч. Ежели сумма чиселъ, показывающая на линѣяхъ тѣлъ величину каждаго бока, будетъ превосходить число 64; то въ такомъ случаѣ, должно отъ каждаго бока изъ двухъ данныхъ подобныхъ между собою тѣлъ взять половину, треть и проч. и съ оными поступить на основаніи задачи; тогда сысканное разстояніе В вдвое, втрое и болѣе взятое, покажетъ сходственный бокъ подобнаго тѣла, равнаго двумъ даннымъ подобнымъ тѣламъ.

§ 202. ЗАДАЧА. *Между двухъ данныхъ линѣй fg и hi, найти двѣ среднія пропорціональныя линѣи.* фиг. 164 я.

Рѣшен. Вымѣрявъ каждую изъ данныхъ линѣй *fg* и *hi* посредствомъ геометрическаго размѣра, положимъ, меньшая $fg = 20$, а большая $hi = 45$ тѣмъ же частямъ; то взявъ простымъ циркулемъ большую линѣю *hi*, положи на линѣяхъ тѣлъ *ab* и *ac* пропорціональнаго циркула между одинакими точками *b* и *c*, означающими число 45 и 45; тогда разстояніе *de* между точекъ 20 и 20, будетъ требуемая большая средняя пропорціональная линѣя, то есть вторая пропорціональная; потомъ между линѣею *fg* и второю пропорціональною *de*, сыскавъ среднюю пропорціональную линѣю (§ 197), получится вторая средняя въ данной пропорціи.

Доказ. Поелику для подобія равнобедренныхъ треугольниковъ *abc* и *ade*, будетъ $ab : ad = bc : de = hi : de$; причемъ и $\overline{ab}^3 : \overline{ad}^3 = \overline{hi}^3 : \overline{de}^3$:

но $\overline{ab}^3 : \overline{ad}^3 = 45 : 20$ по сочиненію линѣи тѣлъ; а $hi : fg = 45 : 20$ по положенію; то для равенства содержаній будетъ $\overline{hi}^3 : \overline{de}^3 = hi : fg$, то есть кубъ первой линѣи hi содержится къ кубу второй de, какъ первая hi къ послѣдней fg; слѣдовательно de есть первая средняя по § 474 *Геометріи*.

§ 203. ЗАДАЧА. *Найти бокъ куба, равнаго параллелопипеду.*

Рѣшен. Положивъ, что высота параллелопипеда $=$ A, одинъ бокъ основанія $=$ B, другой $=$ D; сыщи между двухъ измѣраній B и D основанія, среднюю пропорціональную линѣю (§ 197), которая пусть будетъ $= m$; по томъ между сею среднею m, и высотою A, сыщи двѣ среднія пропорціональныя p и s, изъ коихъ первая средняя p, будетъ бокъ требуемаго куба, то есть будетъ $p \times p \times p$ или $\overline{p}^3 = B \times D \times A$.

Доказ. Поелику m есть средняя пропорціональная между B и D, того ради $B : m = m : D$, при чемъ $B \times D = \overline{m}^2$; а когда обѣ части сего уравненія умножатся чрезъ A, то будетъ $B \times D \times A = \overline{m}^2 \times A$. Но поелику p и s суть среднія пропорціональныя между A и m, то будетъ $\div m : p = s : A$, при чемъ $\overline{m}^2 \times A = p \times p \times p$ (*Гео.* § 473) $= B \times D \times A$, то есть кубъ изъ линѣи p равенъ параллелопипеду, коего при измѣренія суть B, D и A.

Примѣч. Разсматривая вышеписанныя предложенія, можно посредствомъ пропорціональнаго цир-

кула всѣ тѣла, о коихъ сказано было въ Геометріи, превращать въ другія желаемыя; и оныя увеличивать и дѣлить во столько частей, во сколько потребно будетъ.

§ 204. ЗАДАЧА. *Посредствомъ пропорціональнаго циркула найти калиберъ непріятельской пушки по ядру, которое будучи изъ оной выстрѣлено, упало на батарею.* фиг. 167.

Рѣшен. Когда не имѣешь при себѣ размѣра Англинскихъ дюймовъ, то сыскавъ вѣрной аршинъ, раздѣли его на 28 равныхъ частей, изъ коихъ каждая часть будетъ равна Англинскому дюйму. Возьми простымъ циркулемъ величину двухъ дюймовъ (*) и разтвори пропорціональный циркулъ такъ, чтобы взятое разстояніе двухъ дюймовъ помѣститься могло на линѣяхъ тѣлъ между первыми точками *e* и *d*, означающими величину перваго тѣла; по томъ не сжимая ножекъ сектора положи діаметръ даннаго ядра на тѣхъ же линѣяхъ тѣлъ, между равно-отстоящими отъ центра *a* точками *b* и *c*, показывающими *на прим.* число 48 и 48 го тѣла; тогда число 48 будетъ означать вѣсъ даннаго ядра по Ниренбергскомужъ вѣсу; слѣдовательно оное выстрѣлено изъ 48 фунтовой пушки.

Примѣч. Ежели діаметръ даннаго ядра такъ великъ, что на линѣяхъ тѣлъ помѣститься не можетъ; въ такомъ случаѣ надлежитъ взять онаго половину, треть или четверть, тогда найденное показаннымъ образомъ количество вѣса, въ 8, въ 27 и въ 64 раза взятое, покажетъ вѣсъ искомаго ядра;

(*) Кои равняются поперешнику одного фунта чугуннаго ядра по Ниренбергскому вѣсу.

потому что тяжести ядеръ содержатся между собою, какъ кубы ихъ діаметровъ. Такимъ же образомъ сыскивается вѣсъ бомбы, или діаметры другихъ какихъ ядеръ, естьли только будетъ извѣстна величина или содержаніе одного фунта искомыхъ ядеръ, къ діаметру одного фунта ядра Ниренбергскаго вѣса.

§ 205. ЗАДАЧА. *Найти діаметръ свинцовой 8ми золотниковой пули.* фиг. 167.

Рѣшен. Изъ опытовъ извѣстно, что ежели два дюйма Англинскихъ или діаметръ одного фута чугуннаго ядра Ниренбергскаго вѣсу раздѣлится на 125 частей; то 100 такихъ частей равно будетъ діаметру одного фунта свинцоваго ядра Россійскаго вѣсу; по сему содержаніе перваго діаметра къ послѣднему, какъ 125 : 100 или какъ 25 : 20 (по раздѣленіи на 5) или все тоже какъ 100 : 80. И такъ взявъ простымъ циркулемъ величину двухъ дюймовъ Англинскихъ, разтвори пропорціональный циркулъ такъ, чтобы взятое разстояніе помѣститься могло на линѣяхъ равныхъ частей между точками *b* и *c*, означающими число 100 и 100, и не сжимая онаго возьми разстояніе между точекъ *d* и *e*, означающихъ число 80 и 80, которое будетъ равно діаметру свинцоваго одного фунтоваго ядра Россійскаго вѣсу. Потомъ разтвори пропорціональный циркулъ такъ, чтобы діаметръ одного фунта свинцоваго ядра помѣститься могъ на линѣяхъ тѣлъ между одинакими точками 32го тѣла, то есть между 32 и 32; то взятое разстояніе между точекъ 3 и 3 покажетъ діаметръ трехъ лотовой или 9ти золотниковой свинцовой пули; но какъ требуется найти діаметръ 8 золотниковой пули, того ради сож-

ми ножки пропорціональнаго циркула такЪ, чтобы діаметрЪ трехЪ лотовой пули помѣститься могЪ между точекЪ 9 и 9; то разстояніе, взятое между точекЪ 8 и 8 покажетЪ діаметрЪ 8ми золотниковой свинцовой пули.

Истина сихЪ двухЪ предложеній, по свойству линѣи тѣлЪ сама собою видна.

Примѣч. ТакимЪ же оброзомЪ, зная содержаніе всѣхЪ одного фунта ядерЪ, употребляемыхЪ вЪ Артиллеріи, помощію сихЪ двухЪ предложеній, легко сыскиваются безЪ всякаго Ариѳметическаго вычисленія желаемые разнаго вѣса діаметры ядерЪ, бомбЪ и проч. не имѣя нужды вЪ АртиллерійскомЪ маас-штабѣ.

О составленіи и употребленіи линѣи металловЪ.

§ 206. ТЕОРЕМА. *Тяжести двухЪ какихЪ нибудь тѣлЪ содержатся между собою, какЪ произведенія изЪ ихЪ толстоты на свойственную ихЪ тягость.*

Доказ. ПоложимЪ одно тѣло A другое B, тяжесть перваго $=$ P, толстота $= v$ частей, а свойственная тягость каждой части $= m$; тяжесть втораго $=$ D, толстота его $= h$ частей, а свойственная тягость каждой части $= u$, то будетЪ $P : D = v \times m : h \times u$; ибо ежели представимЪ себѣ, что толстота тѣла A состоитЪ изЪ 9 такихЪ частей, каковыхЪ тѣло B содержитЪ вЪ себѣ 5, и что свойственная тяжесть вещества каждой изЪ сихЪ равныхЪ частей, составляющихЪ тѣло A, будетЪ содержаться кЪ свойственной тяжести вещества каждой изЪ равныхЪ частей, составляющихЪ тѣло B какЪ 2 кЪ 3мЪ; то тяжесть тѣла A, состоящаго изЪ 9ти частей будетЪ имѣть

18 такихъ тяжестей, какихъ тяжесть тѣла В содержитъ въ себѣ 15; изъ чего видно, что тяжесть или вѣсъ тѣла А, будетъ содержаться къ вѣсу тѣла В, какъ 18 : 15 или какъ 9×2 : 5×3; слѣдовательно $P : D = v \times m : h \times u$.

Слѣд. Изъ сего явствуетъ: 1) Когда толстота одного тѣла А равна толстотѣ другаго В, то есть $v = h$, то будетъ $P : D = m : u$ (*Ариѳ.* § 122 *приб.*); слѣдовательно, дабы узнать содержаніе между двумя свойственными тяжестьми двухъ тѣлъ разныхъ металловъ одинакой величины; то надлежитъ ихъ исправно взвѣсить, и чрезъ то самое опредѣлить взаимное ихъ содержаніе. 2) Естьли свойственныя тягости равныхъ частей каждаго изъ сихъ тѣлъ будутъ одинакія, то есть когда $m = u$; тогда будетъ $P : D = v : h$ (*Ариѳ.* § 122 *приб.*), то есть вѣсъ тѣла А содержится къ вѣсу тѣла В, какъ толстота перваго къ толстотѣ втораго. 3) Естьли вся тяжесть одного тѣла будетъ равна всей тяжести другаго тѣла, то есть $P = D$, тогда будетъ $v \times m = h \times u$; а изъ сего произойдетъ слѣдующая пропорція $m : u = h : v$, то есть, когда тяжести двухъ какихъ нибудь тѣлъ разныхъ металловъ будутъ равны, то свойственныя тягости m и u тѣхъ тѣлъ будутъ въ обратномъ содержаніи ихъ толстоты h и v; но поелику толстоты двухъ подобныхъ тѣлъ содержатся между собою какъ кубы сходственныхъ измѣреній (Геом. § 463); то изъ сего слѣдуетъ, что свойственная тягость m перваго тѣла А, будетъ содержаться къ свой-

ственной тягости *и* втораго тѣла B, какъ кубъ измѣренія сего тѣла; къ кубу сходственнаго измѣренія перваго тѣла A. Слѣдовательно естьли потребно будетъ найти сходственное измѣреніе *на прим.* желѣзнаго тѣла равнаго вѣсомъ подобному оловянному тѣлу, коего діаметръ = 1000 частямъ, и притомъ по опытамъ извѣстно, что свойственная тягость олова содержится къ свойственной тягости желѣза какъ 4129 къ 4464, то надлежитъ составить слѣдующую пропорцію: какъ свойственная тяжесть желѣза, къ свойственной тяжести олова, такъ кубъ діаметра оловяннаго тѣла къ кубу діаметра желѣзнаго тѣла, одинакаго съ первымъ вѣсу, то есть 4464 : 4129 = 1000000000 : 924955197, а по извлеченіи изъ сего числа кубическаго корня получится діаметръ 974 желѣзнаго шара, равнаго вѣсу съ оловяннымъ. Такимъ же образомъ помощію нижеслѣдующихъ содержаній, прочихъ пяти металловъ къ олову, найдены діаметры тѣхъ пяти металловъ одинакаго вѣсу, какъ въ слѣдующей таблицѣ видно.

Вѣсъ равнаго количества, каждаго изъ шести металловъ, коихъ свойственныя тягости по опытамъ найдены.

	Части вѣса.		Части вѣса.
Золота	= 10610 .	Свинца	= 6417.
Серебра	= 5766 .	Мѣди	= 5022.
Желѣза	= 4464 .	Олова	= 4129.

Сысканныя величины діаметровъ, или сходственныхъ боковъ, подобныхъ тѣлъ одинакаго вѣса каждаго изъ шести металловъ.

Золота = 730, Свинца = 863, Серебра = 896, Мѣди = 937, Желѣза = 974, Олова = 1000.

Показанные металлы означаются слѣдующими Химическими знаками:

Золото знакомъ ☉ Солнца. Свинецъ знак. ♄ Сатурна.
Серебро — — ☽ Луны. Мѣдь — ♀ Венеры.
Желѣзо — — ♂ Марса. Олово — ♃ Юпитера.

§ 207. ЗАДАЧА. *Назначить на ножкахъ пропорцiональнаго циркула, сходственные бока подобныхъ тѣлъ, или дiаметры шаровъ одного вѣса всѣхъ шести металловъ.* фиг. 147 я.

Рѣшен. Поелику линѣя металловъ, на ножкахъ сектора набираемая, должна означать взаимное содержанiе сходственныхъ измѣренiй, подобныхъ и одной тяжести всѣхъ шести металловъ: но какъ самое легчайшее изъ оныхъ есть олово, а потому и пространство оловяннаго тѣла больше всякаго пространства составленнаго изъ другаго металла, равнаго съ нимъ вѣса; слѣдовательно дiаметръ оловяннаго тѣла также больше всякаго дiаметра прочихъ металловъ. По сей причинѣ линѣя для олова назначающаяся на обоихъ ножкахъ сектора, равна линѣи 64 го тѣла, которая содержитъ въ себѣ 1000 частей, и означается знакомъ ♃. По томъ берется съ геометрическаго размѣра простымъ циркулемъ 974 части, то есть, дiаметръ желѣза, и полагается на линѣю металловъ отъ центра *n*, съ надписанiемъ у конца сей линѣи знака ♂; и такъ продолжая далѣе назначаются по сысканнымъ частямъ дiаметры шаровъ одина-

каго вѣса всѣхъ шести металловъ, и приписавъ къ нимъ пристойные знаки, получается линѣя металловъ.

§ 208. ЗАДАЧА. *По данному діаметру шара, сдѣланнаго изъ какого нибудь металла, на прим. серебра, найтить діаметръ золотаго шара, равнаго съ даннымъ вѣсу.*

Рѣшен. Взявъ простымъ циркулемъ діаметръ даннаго серебра, разтвори пропорціональный секторъ такимъ образомъ, чтобы разстояніе точекъ, замѣченныхъ знакомъ ☽, равно было величинѣ даннаго діаметра; тогда разстояніе между точекъ подъ знакомъ ☉ будетъ равно требуемому діаметру золота.

Доказ. Изъ сочиненія линѣи металловъ видно, что разстояніи отъ центра сектора, до знаковъ показанныхъ металловъ суть діаметры шаровъ, тяжестію равныхъ, кои будутъ сдѣланы изъ сихъ металловъ. Но какъ разстоянія соотвѣтствующія симъ металламъ, суть въ томъ же содержаніи, въ какомъ діаметры сектора; того ради подобные треугольники, сими линѣями опредѣленные, показываютъ, что тѣла сдѣланныя изъ сихъ діаметровъ, тяжестію равны; слѣдовательно разстояніе точекъ, соотвѣтствующее знаку золота, есть искомой діаметръ.

§ 209. ЗАДАЧА. *По даннымъ измѣреніямъ двухъ подобныхъ тѣлъ, изъ коихъ одно серебро, а другое золото, найти взаимное содержаніе ихъ вѣса.*

Рѣшен. Разтворя пропорціональный циркулъ, положи посредствомъ простаго циркула діаметръ даннаго золота на линѣяхъ металловъ между точками, означенными знакомъ ☉, и не сжимая сектора возьми разстояніе между точекъ, означающихъ серебро, получится діаметръ серебрянаго шара одинакой тяжести съ даннымъ шаромъ золота; потомъ перенеся сей діаметръ на отверстіе линѣи тѣлъ, помѣсти его между одинакими точками *на прим.* 21 тѣла; наконецъ не сжимая сектора, перенеси на тѣжъ линѣи тѣлъ діаметръ даннаго серебра, которой бы между какими нибудь одинакими точками помѣститься могъ, какъ *на прим.* между точками 36 тѣла, тогда означенныя числа покажутъ, что вѣсъ золота будетъ содержаться къ вѣсу серебра какъ 21 къ 36 или какъ 7 : 12, по раздѣленіи на 3.

Доказ. Изъ свойства линѣи металловъ удобно разумѣть можно, что положенный діаметръ золота, на точкахъ ☉, и взятое разстояніе между точками ☾, суть діаметры шаровъ тѣхъ металловъ одинакаго вѣса; а изъ сочиненія линѣи тѣлъ явствуетъ, что положенный между точекъ 21 и 21 діаметръ серебрянаго шара, равнаго вѣсу съ золотымъ, означаетъ толстоту сего шара, состоящую изъ 21 части; помѣщенный же между точками 36 и 36 діаметръ даннаго серебрянаго шара, показуетъ, что толстота сего шара содержитъ въ себѣ 36 такихъ же частей: но поелику толстоты шаровъ одинакаго состава,

содержатся какъ ихъ вѣсъ (§ 206 *слѣд.*); слѣдовательно вѣсъ перваго серебрянаго шара, или равный ему вѣсъ даннаго золота содержится къ вѣсу даннаго шара серебра, какъ 21 : 36 = 7 : 12.

§ 210. ЗАДАЧА. *Данъ вѣсъ тѣла 36 лотовъ сдѣланнаго изъ олова, найти вѣсъ серебренаго тѣла одинакаго съ оловомъ измѣренія.*

Рѣшен. Разтворя пропорціональный циркулъ, положи данной діаметръ олова на линѣяхъ металловъ между точекъ замѣченныхъ знакомъ ♃ и не сжимая сектора, возьми разстояніе между точками означающими ☽; то сіе разстояніе будетъ означать діаметръ серебренаго шара въ 36 лот.; потомъ положивъ сей діаметръ на линѣяхъ тѣлъ между точками 36 го тѣла, и взявъ діаметръ даннаго олова равной діаметру даннаго серебра, помѣсти его между одинакими точками, *на прим.* 56 го тѣла; тогда сіе число означитъ вѣсъ серебренаго тѣла, одинакаго съ оловяннымъ протяженія, то есть 56 лотовъ.

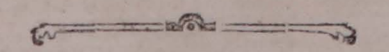
Справедливость сего изъ предыдущей задачи и сего рѣшенія, сама собою видна.

§ 211. ЗАДАЧА. *Данъ діаметръ мѣднаго шара вѣсомъ въ 10 лотовъ, найтить діаметръ золотаго шара вѣсомъ въ 15 лотовъ.*

Рѣшен. Сыскавъ діаметръ золота равнаго вѣсу съ мѣднымъ, какъ въ § 208 показано; разтвори пропорціональный циркулъ такъ, что бы сысканной діаметръ золота на линѣяхъ тѣлъ между точками 10 и 10 помѣститься могъ;

тогда разстояніе между точекъ 15го тѣла, будетъ требуемой діаметръ золота.

Справедливость сего видна изъ предыдущихъ предложеній.



О составленіи и употребленіи линѣи синусовъ.

§ 212. ЗАДАЧА. *На ножкахъ сектора назначить линѣю синусовъ* фиг. 146 я.

Рѣшен. Проведи на обоихъ ножкахъ сектора отъ центра *n* линѣю *ns*, равну длинѣ линѣи равныхъ частей, которая будетъ равна величинѣ цѣлаго синуса. На сихъ линѣяхъ помощію тогожъ Геометрическаго размѣра, о которомъ сказано было при набраніи хордъ, назначаются всѣ синусы отъ $\frac{1}{2}$ до 90° такимъ образомъ: пріискавъ въ простыхъ таблицахъ величину синуса 30 минутъ, которой (исключая три знака отъ правой руки) будетъ равенъ 87, и взявъ сіе число простымъ циркулемъ съ помянутаго размѣра, положи отъ центра *n* на линѣяхъ *ns* и *ns* синусовъ; потомъ взявъ простымъ циркулемъ съ тогожъ размѣра величину синуса одного градуса = 174 частямъ, положи отъ центра *n* на тѣхъ же линѣяхъ синусовъ, и такъ далѣе продолжая налагать величину синусовъ до 90°, назначатся линѣи синусовъ всѣхъ полуградусовъ четверти круга. Напослѣдокъ десятки синусовъ означивъ числами 10, 20, 30 и проч. получится требуемая линѣя синусовъ.

§ 213. ЗАДАЧА. *Въ прямоугольномъ треугольникѣ cbd извѣстны cd = 760′, уголъ cbd = 48½ град. найти высоту bd.* фиг. 168.

Рѣшен. Положимъ, что линѣи AB и AC, будутъ линѣи синусовъ пропорціональнаго циркула, котораго центръ есть A; то взявъ простымъ циркулемъ на Геометрическомъ размѣрѣ 760 равныхъ частей, и разтворя пропорціональный циркулъ такъ, чтобы взятое простымъ циркулемъ разтвореніе помѣститься могло на линѣяхъ синусовъ между одинакими точками B и C, означающими 48½ град. Вычти 48½ град. изъ 90° въ остаткѣ будетъ 41½ град. = углу dcb; потомъ взявъ на линѣяхъ синусовъ пропорціональнаго циркула разстояніе между одинакими точками D и E, показывающими число 41½, смѣряй оное по тому жъ размѣру; тогда 675 частей онаго покажетъ величину высоты bd въ футахъ.

Доказ. Въ подобныхъ равнобедренныхъ треугольникахъ ABC и ADE будетъ AB : AD = BC или cd : DE; но AB = *син.* 48½ град.; AD = *син.* 41½ град. по сочиненію линѣи синусовъ (§ 212); по сему поставя на мѣсто равныхъ количествъ равное, будетъ *син. cbd* : *син. bcd* = *cd* : DE = 760 : 675; слѣдовательно показанная по Геометрическому размѣру величина линѣи DE, равна высотѣ *bd* (§ 21).

§ 214. ЗАДАЧА. *По данной діогонали bc = 860′ и углу cbd = 38 град. прямоугольнаго треугольника bcd, найти основаніе cd.* фиг. 168.

Рѣшен. Взявъ простымъ циркулемъ съ Геометрическаго размѣра 860 равныхъ частей, по-

ложи оное разстоянie на линѣяхъ AB и AC синусовъ пропорцioнальнаго циркула, между одинакими точками B и C, означающими число 90 и 90, такъ чтобы разстоянie BC равно было 860 частямъ; потомъ не сжимая пропорцioнальнаго циркула, возьми на линѣяхъ синусовъ обыкновеннымъ циркулемъ разстоянie DE, между точками 38 и 38, смѣряй оное разстоянie по томужъ размѣру; тогда 530 частей онаго покажетъ величину основанiя *cd* треугольника *dbc* въ футахъ.

Доказ. Въ подобныхъ равнобедренныхъ треугольникахъ ABC и ADE будетъ AB : AD = BC или *bc* : DE; но AB = *цѣлому син.*, AD = *син.* 38° по сочиненiю линѣи синусовъ; то для сего будетъ *r* : *син.* 38° = *bc* : DE, или какъ 860 частей къ величинѣ такихъ же частей, составляющихъ величину линѣи DE; слѣдовательно по § 16му 530 футовъ равно основанiю *cd* треугольника *bcd*.

§ 215. ЗАДАЧА. *Въ прямоугольномъ треугольникѣ cdb, даны дiогональ bc = 300 и высота db = 210 футовъ, найти уголъ c*, фиг. 168.

Рѣшен. Взявъ обыкновеннымъ циркуломъ съ Геометрическаго размѣра 300 равныхъ частей, представляющихъ величину дiогонали *bc*, положи на линѣяхъ синусовъ пропорцioнальнаго циркула, между точками B и C числа 90 и 90, такъ чтобы разстоянie BC было равно 300 частямъ; потомъ взявъ съ тогожъ размѣра 210 частей, помѣсти на линѣяхъ синусовъ, чтобы концы циркула находились между одинакими точками D и E; тогда число, означающее точ-

ки D и E на прим. $44\frac{1}{2}$ покажетъ число град. искомаго угла *c*.

Доказ. Поелику AB : AD = BC или *bc* : DE или *db* = 300 : 210; но AB = *цѣл. синусу*, AD = *син.* $44\frac{1}{2}$ град.; по сему *bc* : *db* = *r* : *син.* $44\frac{1}{2}$ град.; слѣдственно $44\frac{1}{2}$ град. есть величина угла *c* § 21.

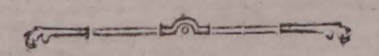
§ 216. ЗАДАЧА. *Въ остроугольномъ треугольникѣ abc, извѣстны бока bc = 740′, ac = 860′, и уголъ a = $48\frac{1}{2}$ град. найти прочія части треугольника.* фиг. 169.

Рѣшен. Возьми обыкновеннымъ циркулемъ съ Геометрическаго размѣра 740 частей, представляющихъ величину бока *bc*, и разтворя пропорціональный циркулъ такъ, что бы взятое разстояніе помѣститься могло на линѣяхъ синусовъ, между точками $48\frac{1}{2}$, означенныхъ буквами D и E; потомъ не сжимая сектора ABC, возьми съ тогожъ размѣра простымъ циркулемъ 860 частей, и положи оное разтвореніе на линѣяхъ синусовъ между одинакими точками F и H, представляющими *на прим.* число $60\frac{1}{2}$; по оное покажетъ число градусовъ угла *b*. Напослѣдокъ вычтя сумму угловъ *a* и *b* изъ 180° остатокъ будетъ = 71° = углу *c*; возьми на линѣяхъ синусовъ разстояніе BC, между одинакими точками 71 и 71, и смѣрявъ оное по прежнему размѣру, получится величина бока *ab* = 934 фута.

Доказ. Для подобія треугольниковъ ADE, AFH и ABC, будетъ AD : AF = DE или *bc* : FH или *ac*; но AD = *син.* 48^{1} град. AF = *син.* $60\frac{1}{2}$ гра. по сочиненію линѣи синусовъ; по сему

bc : *ac* = *син. a* : *син.* $60\frac{1}{2}$ град.; слѣдовательно число $60\frac{1}{2}$ = углу *b* (§ 21). Также AD : AB = DE или *bc* : BC; но AD = *син.* $48\frac{1}{2}$ град. AB = *син.* 71°; по сему *син. a* : *син. c* = *bc* : BC; слѣдовательно число частей представляющихъ величину линѣи BC, равно числу футовъ бока *ab* § 22.

Примѣч. При всѣхъ показанныхъ предложенїяхъ надлежитъ употреблять Геометрическїе размѣры такой величины, чтобы взятыя съ оныхъ части на линѣяхъ синусовъ помѣщаться могли, то есть, чтобъ взятая величина частей, была нѣсколько меньше величины обѣихъ ножекъ пропорцїональнаго циркула.



О назначенїи и употребленїи линѣи тангенсовъ.

§ 217. ЗАДАЧА. *Назначить на ножкахъ сектора линѣю тангенсовъ отъ 15 минутъ до 45 градусовъ.* фиг. 146 я.

Рѣшен. Проведи на обѣихъ ножкахъ пропорцїональнаго циркула линѣи *n*T и *n*T, равныя линѣи цѣлаго синуса *ns*, изъ коихъ каждая будетъ равна тангенсу 45° (§ 3 *слѣд.*), назначь помощїю тогожъ размѣра тангенсы такимъ образомъ: прїискавъ въ простыхъ таблицахъ тангенсъ 15 минутъ, которой (исключая три послѣднїе знака) будетъ = 43, и взявъ сїе число простымъ циркулемъ съ размѣра, положи отъ центра *n*, на линѣяхъ тангенсовъ; потомъ взявъ съ размѣра величину тангенса 30 мин. = 87 частямъ, положи отъ центра *n* по линѣямъ тангенсовъ; также положи величину тангенса 45 мин. или $\frac{3}{4}$ град.

которой равенъ 130 частямъ. Равнымъ образомъ положи съ размѣра величину тангенса одного град. = 174 частямъ, и такъ далѣе бравъ съ размѣра величину тангенсовъ чрезъ каждыя четверть град. до 45°, означь ихъ точками или линѣечками. Наконецъ чрезъ каждыя 5° надписавъ числа 5,10,15 и проч. получатся требуемыя линѣи тангенсовъ.

Для набранія же линѣи тангенсовъ отъ 45° до 75°, приуготовляется особливой размѣръ, коего 1000 частей равняется одной четверти цѣлаго синуса *ns*; потомъ посредствомъ сего размѣра назначаются тангенсы слѣдующимъ образомъ: взявъ съ онаго размѣра 1000 частей, положи отъ центра *n* до 45 по линѣямъ тангенсовъ; послѣ сего прiискавъ въ простыхъ таблицахъ тангенсъ 46°, которой (исключая три послѣднiе знака отъ правой руки) будетъ = 1035 частямъ, и взявъ сiе число простымъ циркулемъ съ помянутаго размѣра, положи отъ центра *n* на тѣхъ же линѣяхъ тангенсовъ; также прiискавъ число частей соотвѣтствующее величинѣ тангенса 47 град. исключая три послѣднiе знака, то есть, 1072 части, положи простымъ циркулемъ отъ центра *n* на тѣхъ же линѣяхъ тангенсовъ, и такъ продолжая далѣе до 75 градусовъ, означь величину всѣхъ тѣхъ тангенсовъ точками или линѣечками, и надписавъ надъ десятками ихъ числа 50,60 и проч. получатся линѣи тангенсовъ отъ 45 до 75°.

§ 218. ЗАДАЧА. *Въ прямоугольномъ треугольникѣ bcd даны основанiе cd и высота bd, найти острые углы b и c.* фиг. 168.

Рѣшен. Положимъ, что линѣи AB и AC будутъ линѣи тангенсовъ (*Tan.*) пропорціональнаго циркула, и центръ онаго есть A; то взявъ простымъ циркулемъ основаніе *cd*, разтвори пропорціональный циркулъ такъ, чтобы разтвореніе *cd* помѣститься могло на линѣяхъ тангенсовъ, между точками B и C, означающими число 45 и 45; потомъ не сжимая сектора, взявъ высоту *bd* положи на тѣхъ же линѣяхъ, такъ чтобы оное разтвореніе помѣстилось между одинакими точками D и E, показующими на пр. число $39\frac{1}{2}$; тогда оное покажетъ число градусовъ искомаго угла *c*; а вычтя оной изъ 90°, остатокъ $50\frac{1}{2}$ град. будетъ = углу *b*.

Доказ. Для подобія треугольниковъ ABC и ADE, будетъ AB : AD = BC или *cd* : DE или *bd*; но AB = *тан.*45° = цѣлому синусу (§ 3 *слѣд*), AD = тан.$39\frac{1}{2}$ град. по сочиненію линѣи тангенсовъ; посему *cd* : *bd* = *r* : *тан.* $39\frac{1}{2}$ град.; слѣдовательно число $39\frac{1}{2}$, опредѣляющее величину тангенса, есть число градусовъ угла *c* § 18.

Примѣч. I. Ежели высота *bd* будетъ больше основанія *cd*, *на пр* *cd* = 270, а высота *bd* = 480, то величина высоты *bd* между сими линѣями помѣститься не можетъ, поелику здѣсь линѣя тангенсовъ простирается только до 45 град. и равна цѣлому синусу; въ такомъ случаѣ взявъ простымъ циркулемъ съ Геометрическаго размѣра 270 частей, разтвори пропорціональный циркулъ такъ, чтобы взятое разтвореніе помѣститься могло на другой линѣи тангенсовъ (*t*) простирающейся отъ 45 до 75 град. между точками D и E, означающими число 45 и 45; потомъ взявъ съ тогожъ размѣра обыкновеннымъ циркулемъ 480 частей, помѣсти оное разтвореніе на тѣхъ же

линѣяхъ тангенсовъ, между одинакими точками B и C, показывающими *на прим.* $60\frac{1}{2}$ град; тогда сiе число покажетъ величину искомаго угла *c*

Примѣч. II. Но дабы избѣжать показанной въ семъ примѣчанiи неудобности, то надлежитъ всегда при такихъ случаяхъ брать большей бокъ изъ составляющихъ прямой уголъ за цѣлой синусъ, какъ здѣсь *bd*, и посредствомъ меньшаго бока *cd*, представляющаго тангенсъ угла *b*, сыскивать, какъ въ задачѣ показано, меньшей уголъ *b*, а по оному и уголъ *c*.

§ 219. ЗАДАЧА. *Въ треугольникѣ cab даны бокъ ac = 84′, ab = 130′ и уголъ a = 110°, найти углы c, b и бокъ bc.* фиг. 169.

Рѣшен. Положимъ, что AB и AC означаютъ линѣи тангенсовъ пропорцiональнаго циркула; то вычтя данной уголъ *a* изъ 180°, остатокъ 70° раздѣли на двѣ равныя части; частное число 35° будетъ равно половинѣ суммы угловъ *c* и *b*; потомъ возьми простымъ циркулемъ съ Геометрическаго размѣра число 234, равное суммѣ боковъ *ac* + *ab*, и растворя пропорцiональный циркулъ такъ, чтобы взятое раствореiе помѣститься могло между одинакими точками B и C, показующими число 35 и 35; потомъ, не сжимая сектора, возьми простымъ циркулемъ съ тогожъ размѣра число 66, равное разности тѣхъ же боковъ *ab* — *ac*, и положи оное на тѣхъ же линѣяхъ тангенсовъ, между одинакими точками D и E, показывающими на прим. число 11 и 11. Сiе найденное число градусовъ придай къ 35, то сумма 35 + 11 = 46°, будетъ = углу *c*; а вычтя 11 изъ 35, разность 35 — 11 = 24°, будетъ равна углу *b*. Потомъ сыщи бокъ *bc*, какъ въ § 216 показано.

Доказ. Ибо сумма двухъ боковъ $ab + ac$ содержится къ разности тѣхъ же боковъ $ab - ac$, какъ тангенсъ полусуммы угловъ $c + b$ къ тангенсу полуразности тѣхъ же угловъ $a - b$ (§ 48); въ подобныхъ же треугольникахъ ABC и ADE, будетъ AB : AD = BC : DE; но BC = $ab + ac$, DE = $ab - ac$, AB = тангенсу угла $\frac{1}{2}(c + b) = 35$ град.; посему $ab + ac : ab - ac =$ *тап.* $\frac{1}{2}(c + b)$: *тап.* 11°; слѣдовательно DE, представляющая тангенсъ 11 град. = *тан.* $\frac{1}{2}(c - b)$, равна половинной разности угловъ c и b § 48.

Примѣч. Что касается до употребленія линѣй синусовъ и тангенсовъ, то помощію оныхъ безъ всякой погрѣшности рѣшатся всѣ тригонометрическія задачи, сыскиваются высоты башенъ и проч.; а особливо съ немалымъ успѣхомъ и пользою опредѣляются при атакахъ Крѣпостей, неприступныя разстоянія крѣпостныхъ строеній, отъ траншейныхъ батарей, которыя необходимо знать надлежитъ, для метанія бомбъ и производимыхъ съ оныхъ по крѣпостнымъ строеніямъ рикошетныхъ выстрѣловъ и проч. А что бы при сыскиваніи потребныхъ высотъ и разстояній не подвергнуться чувствительнымъ погрѣшностямъ, то непремѣнно стараться должно исполнять всѣ показанныя въ практикѣ ко избѣжанію погрѣшностей правила; и притомъ взятыя за основанія линѣи надлежитъ приводить въ самой меньшей родъ измѣренія, какъ-то въ футы, дюймы и проч. при чемъ по малости частей, въ искомыхъ разстояніяхъ и углахъ, чувствительныхъ погрѣшностей послѣдовать не можетъ.

О начертаніи линѣи секансовъ.

§ 220. *Изобразить на ножкахъ пропорціональнаго циркула линѣи секансовъ отъ* 10 *до* 75 *град.* фиг. 145 я.

Рѣшен. Проведя на обоихъ ножкахъ сектора, отъ центра *n*, линѣи *nse* и *nse*, назначь величину секансовъ по томужъ размѣру, по коему назначаются тангенсы такимъ образомъ: прiискавъ въ простыхъ таблицахъ секансъ 10°, котораго первые четыре знака отъ лѣвой руки = 1015 частямъ, возьми сiе число простымъ циркулемъ съ размѣра и положи отъ центра *n* на линѣяхъ секансовъ *nse*; потомъ взявъ съ размѣра число частей соотвѣтствующее величинѣ секанса 15°, то есть 1035 частей, положи на тѣхъ же линѣяхъ секансовъ, и такъ далѣе надлежитъ полагать съ Геометрическаго размѣра число частей, первыхъ отъ лѣвой руки четырехъ знаковъ каждаго секанса 20, 21, 22 и до 75°, и нанося оные на линѣи секансовъ *nse*, означь ихъ точками или линѣечками. Наконецъ надписавъ десятки ихъ числами 10, 20, 30 и проч. получатся требуемыя линѣи секансовъ.

Примѣч. I. Такимъ же образомъ назначаются линѣи хордъ, синусовъ и тангенсовъ на поверхности одной ножки сектора, или на особливой пальмовой, либо костяной одного и двухъ футовой линѣйкѣ, и величина всѣхъ свойственныхъ къ тому линѣй берется съ геометрическаго размѣра по изволенiю художника начерченнаго.

Примѣч. II. Поелику въ рѣшенiи показанныхъ въ тригонометрiи и ея практикѣ задачь, обойтиться можно и безъ секансовъ, того ради въ линѣяхъ секансовъ, полагаемыхъ на пропорцiональномъ циркулѣ, почти нѣтъ никакой нужды; по сей причинѣ о употребленiи оныхъ линѣй за излишнѣе почитается дѣлать описанiе.

О изображеніи и употребленіи логариѳмическихъ размѣровъ, какъ-то линѣи чиселъ, линѣй синусовъ и тангенсовъ.

§ 221. ЗАДАЧА. *Изобразить на ножкахъ сектора логариѳмическую линѣю чиселъ, или маас-штабъ.* фиг. 149 я.

Рѣшен. Поелику логариѳмъ числа 100, есть 2,0000000, то для составленія логариѳмической линѣи чиселъ, логариѳмъ сей принимается за цѣлое число, и сверьхъ того послѣдніе четыре знака оставляются, или все тоже, что логариѳмы чиселъ въ семъ случаѣ на 10000 раздѣляются; ибо на какое бы одинакое число логариѳмы раздѣлены не были, то частныя ихъ всегда пребудутъ въ томъ же содержаніи (*Ариѳ.* § 121). Упомянувъ о семъ надлежитъ учинить слѣдующее: растворя ножки сектора прямо, проведи на поверхности ихъ прямую линѣю 1N (*фиг.* 149); потомъ проведя на бумагѣ или на мѣдной дощечкѣ прямую линѣю равную длинѣ 1N логариѳмической линѣи, и раздѣля оную на 20 равныхъ частей, начерти на ней геометрической размѣръ, коего бы 2000 частей равны были длинѣ всей линѣи (Гео. § 129), съ котораго набирается логариѳмическая линѣя чиселъ такимъ образомъ: поставя на концѣ сей линѣи 1 (потому что логариѳмъ единицы = 0), пріищи въ таблицахъ логариѳмъ числа 2хъ, которое есть 0,3010300, а по исключеніи четырехъ послѣднихъ знаковъ будетъ 301; потомъ взявъ простымъ циркулемъ съ начерченнаго геоме-

трическаго размѣра 301 часть, положи отъ 1 на логариѳмическую линѣю 1N, получится точка числа 2хъ. Послѣ сего, взявъ простымъ циркулемъ съ тогожъ размѣра 477 частей, означающія въ таблицахъ первые три знака, логариѳма числа 3хъ, положи отъ 1 на логариѳмическую линѣю 1N, тогда получится точка числа 3хъ; а взявъ циркулемъ съ тогожъ размѣра 602 части, и положа ихъ отъ 1 впередъ, получится точка числа 4хъ, и такъ далѣе продолжая брать съ Геометрическаго размѣра число частей, означающихъ логариѳмы чиселъ отъ 1 до 100 (исключая четыре послѣдніе знака), и полагая ихъ на линѣю 1N, получится требуемая логариѳмическая линѣя чиселъ отъ 1 до 100, котораго логариѳмъ по предыдущему положенію есть 2000.

Изъ сего явствуетъ, что точка числа 10ти будетъ находиться на половинѣ линѣи 1N, потому что логариѳмъ числа 10 есть 1,0000000, а по отдѣленіи четырехъ знаковъ отъ правой руки будетъ 1000. Но поелику величины одинако разнящихся логариѳмовъ пребываютъ въ равномъ содержаніи (*Ариѳ.* § 122); то по сему свойству логариѳмовъ прочія числа сверьхъ 10ти назначить можно легчайшимъ способомъ. Назначивъ точку 9 и 10. надлежитъ только взять разстояніе между сихъ двухъ точекъ; то оное будетъ равно тому разстоянію, какое положить должно между 90 и 100; а разстояніе между 1 и 2, будетъ равно полагаемому разстоянію между 10 и 20; разстояніе между 2хъ и 3хъ равно разстоянію между 20 и 30 и такъ далѣе.

Прибавл. Для скорѣйшаго набиранія числоваго логариѳмическаго размѣра, служитъ еще и слѣдующее свойство логариѳмовъ: когда число состоять будетъ изъ двухъ множителей, то слѣдуетъ только взять циркулемъ съ логариѳмическаго размѣра, разстояніе одного множителя, и придать къ логариѳму другаго, то есть положить отъ его конца впередъ; то другая ножка циркула означитъ логариѳмъ произведенія двухъ множителей (§ 28). *На прим.* число 72 состоитъ изъ 2хъ множителей 8ми и 9ти; по сему взявъ циркулемъ разстояніе отъ начала логариѳмической линѣи до точки 8, поставь одну ножку онаго на точку 9ти, тогда другая покажетъ далѣе точку числа 72хъ.

§ 222. ЗАДАЧА. *Начертить логариѳмическіе размѣры синусовъ и тангенсовъ.* фиг. 149я.

Рѣшен. Оныя линѣи обыкновенно бываютъ одинакой длины и взаимно параллельныя съ логариѳмическою линѣею чиселъ. На размѣрѣ синусовъ назначаются ло[гари]ѳмы синусовъ отъ 1 до 90°; а на послѣднемъ отъ 1 до 45° логариѳмы тангенсовъ.

Поелику для сочиненія логариѳмъ синусовъ и тангенсовъ радіусъ или цѣлой синусъ раздѣляется на 10000000000 частей, (§ 39. приб.), коего логариѳмъ есть 10,0000000; естьли же синусы и тангенсы всѣхъ дугъ раздѣлятся на одно какое нибудь число, то частныя ихъ останутся въ томъ же содержаніи (*Ариѳ.* § 122). И такъ положимъ, что озна-

ченные синусы и тангенсы раздѣлятся на 10000000, а логариѳмъ сего числа, то есть 8,0000000 вычтется изъ логариѳма каждаго синуса и тангенса, то будетъ цѣлой синусъ = 100, а логариѳмъ его 2,0000000, исключая четыре послѣднiе знака и принявъ оное за цѣлое число будетъ 2000, которой также равенъ логариѳму тангенса 45°. По сей причинѣ, для назначенiя на ножкахъ сектора логариѳмическихъ линѣй синусовъ и тангенсовъ, въ разсужденiи сравненiя логариѳма цѣлаго синуса или тангенса 45° съ 2000 имъ соотвѣтствующаго, надлежитъ брать изъ таблицъ логариѳмы синусовъ и тангенсовъ, уничтожая четыре знака отъ правой руки, а изъ показателя логариѳма вычитая число 8. *На прим.* дабы назначить на размѣрѣ синусъ 17°, то сыскавъ въ таблицахъ логариѳмъ сего синуса 9,4659353, и отдѣля отъ онаго съ правой руки четыре знака, а изъ показателя вычтя 8, получится логариѳмъ синуса 17° = 1465. Сiе число взявъ простымъ циркулемъ съ геометрическаго размѣра, положи на логариѳмическую линѣю синусовъ, то получится точка, означающая величину логариѳма синуса 17°. Такимъ же образомъ набираются логариѳмы синусовъ всѣхъ дугъ четверти круга отъ 1го до 90°, и чрезъ то назначается логариѳмическая линѣя синусовъ.

Равнымъ образомъ набирается и третiй логариѳмической размѣръ тангенсовъ: *на прим.* ежели означить должно точку тангенса 29°, тогда отъ логариѳма тангенса сего угла

9,7437320, уничтоживъ съ правой стороны четыре знака, и вычтя 8 изъ его показателя, остатокъ 1743 будетъ логариѳмъ тангенса 29°; потомъ взявъ простымъ циркулемъ сіе число частей съ геометрическаго размѣра, положи на логариѳмическую линѣю тангенсовъ, получишь точку логариѳма тангенса 29°, и такъ поступая въ назначеніи тангенсовъ отъ 1 до 45°, назначится требуемой логариѳмической размѣръ тангенсовъ.

Предуслѣд. Въ производимыхъ пропорціяхъ логариѳмами извѣстно, что разность между логариѳмами двухъ послѣднихъ членовъ, равна разности между логариѳмами двухъ первыхъ (§ 26. приб. 1.), что самое наблюдается и при употребленіи логариѳмическихъ линѣй, то есть поставя ножки пропорціональнаго циркула въ прямой линѣи, разтвори обыкновенный циркулъ отъ перваго до втораго числа; потомъ поставь одинъ конецъ на третье число, тогда другой покажетъ четвертое пропорціональное число. Надлежитъ только избѣгать такихъ пропорцій, въ коихъ имѣются тангенсы, принадлежащіе угламъ больше 45 град.

Примѣч. Поелику логариѳмическая линѣя чиселъ простирается только до числа 100, того ради прибавляя мысленно по нулю, должно почитать 100 за 1000, а 10 вмѣсто 100 и проч.

§ 223. ЗАДАЧА. *Къ двумъ даннымъ числамъ 9 и 27 сыскать третіе пропорціональное число.*

Рѣшен. Поелику въ непрерывной геометрической пропорціи $9 : 27 = 27 : x$; при чемъ будетъ $l.9 - l.27 = l.27 - l.x$; по сей причи-

нѣ, постaвя ножку простaго циркула на логариѳмической размѣрѣ чиселъ въ точку 27, а другую раствори до 9, потомъ стоя первою ножкою въ той же точкѣ 27, другую перенеси далѣе, то оная покажетъ третіе пропорціональное число 81.

§ 224. ЗАДАЧА. *Къ тремъ даннымъ числамъ 360, 540 и 420, найти четвертое пропорціональное число.*

Рѣшен. Поелику $360 : 540 = 420 : x$, то будетъ $l.360 - l.540 = l.420 - l.x$, по сей причинѣ, постaвя ножку циркула на числовой размѣрѣ въ точку числа 360, а другую раствори до 540; потомъ сіе раствореніе перенеси въ точку 420, тогда другая далѣе покажетъ искомое число 630.

Примѣч. Ежели данныя количества будутъ цѣлыя числа съ дробьми, имѣющими разныхъ знаменателей, тогда приведя оныя въ неправильныя дроби, надлежитъ привести къ одному знаменателю, а потомъ къ числителямъ ихъ, какъ въ задачѣ показано, найтить четвертое пропорціональное число, которое раздѣля на общаго знаменателя, частное будетъ искомое число.

§ 225. ЗАДАЧА. *Въ прямоугольномъ треугольникѣ bcd извѣстны $cd = 760'$, уголъ $c = 48\frac{1}{2}$ град., найти высоту bd* фиг. 168 я.

Рѣшен. Поелику *син.b* : *син.c* $= cd : bd$, и $l.$*син.c* $- l.$*син.b* $= l.bd - l.cd$; по сей причинѣ постaвя ножку циркула на логариѳмическомъ размѣрѣ синусовъ въ точкѣ $48\frac{1}{2}$ (*фиг.* 149), раствори оной до $41\frac{1}{2}$; потомъ перенеси сіе раствореніе на логариѳмической размѣрѣ чиселъ въ точку 760, то есть 76, тогда другая покажетъ искомую высоту $bd = 674'$.

§ 226. ЗАДАЧА. *Въ прямоугольномъ треугольникѣ bcd, по данной діогонали bc = 860′ и углу bcd = 38°, найти основаніе cd* фиг. 168 я.

Рѣшен. Поелику *r : син.b = bc : cd*, по сему *l.r − l.син.b = l.bc − l.cd*; по сей причинѣ вычтя 38° изъ 90°, будетъ остатокъ 52° = углу *b*; и такъ поставя ножку циркула на логариѳмической размѣрѣ въ точкѣ 90° (*фиг.* 149), а другую разтвори до 52°; перенеси сіе разтвореніе на числовой размѣръ въ точку 860, то есть 86, тогда другая ближе покажетъ искомое основаніе *cd* = 680 футовъ.

§ 227. ЗАДАЧА. *Въ прямоугольномъ треугольникѣ cdb, даны діогональ bc = 300′ и высота db = 210′, найти уголъ c.* Фиг. 168.

Рѣшен. Въ треугольникѣ *cdb*, будетъ *bc : db = r : син.c*, по сему *l.bc − l.db = l.r − l.син.c*; того ради поставя ножку циркула на числовомъ размѣрѣ въ точкѣ 300 (*фиг.* 149), а другую разтворя до 210, перенеси сіе разтвореніе на размѣръ синусовъ въ точку 90°, тогда другая покажетъ величину искомаго угла $c = 44\frac{1}{2}$ град.

§ 228. ЗАДАЧА. *Въ остроугольномъ треугольникѣ abc извѣстны бока bc = 370′, ac = 430′ и уголъ a = $48\frac{1}{2}$ град. найти прочія части треугольника* фиг. 169.

Рѣшен. Поелику въ треугольникѣ *abc*, бокъ *bc : ac = син.a : син.b*; по сему *l.bc − l.ac = l.син a − l.син.b*, чего ради поставя ножку циркула на числовомъ логариѳмическомъ размѣрѣ въ точкѣ 370,

а другую разтворя до 430 (*фиг.* 149); перенеси сіе разстояніе на размѣръ синусовъ въ точку $48\frac{1}{2}$ град., тогда другая далѣе покажетъ величину угла $b = 60\frac{1}{2}$ град.; напослѣдокъ сумму угловъ $a + b = 109$ град. вычти изъ 180°, остатокъ 71° будетъ = углу c. Для опредѣленія линѣи ab, будетъ $син.\,a : син.\,c = bc : ab$, гдѣ $l.син.\,a - l.син.\,c = l.bc - l.ab$; и такъ поставя ножку циркула на синусовой размѣръ въ точкѣ $48\frac{1}{2}$, а другую разтвори до 71 град. потомъ перенеси сіе разстояніе на числовой размѣръ въ точку 370, тогда другая далѣе покажетъ величину линѣи $ab = 467$.

§ 229. ЗАДАЧА. *Въ прямоугольномъ треугольникѣ* bcd, *даны основаніе* $cd = 560'$, *высота* $bd = 350'$, *найти углы* c *и* b фиг. 168.

Рѣшен. Поелику въ прямоугольномъ треугольникѣ $cd : bd = r : тан.\,c$; по сему $l.cd - l.bd = l.r - l.тан.\,c$; по сей причинѣ поставя ножку циркула на числовой логариѳмической размѣръ въ точкѣ 560, а другую разтвори до 350 (*фиг.* 149); потомъ перенеси сіе разстояніе на логариѳмической размѣръ тангенсовъ въ точку 45°, тогда другая покажетъ число градусовъ угла $c = 31\frac{3}{4}$ град. Сей уголъ вычти изъ 90 град. остатокъ покажетъ число град. угла b.

Конецъ третьяго тома.

О ПОГРѢШНОСТЯХЪ.

Содержащихся въ сей книгѣ.

Страниц.	Строки.	Напечатано,	Читай.
16	17	косинусЪ CH	косинусЪ AH.
17	11	BAD = a — в)	BAD = (a — в)
24	11	то оная	то оной.
26	2	дуги ED	дуги EB.
28	23	зачача.	задача.
47	28	по произведенiи	по приведенiи.
48	6	кѣ разности	кЪ разности.
49	28	изЪ перваго члена	изЪ перваго средняго члена.
50	13	втрое	второе.
56	20	а напослѣ9оЪ	а напослѣдокЪ.
57	12	во всякомь	во всякомЪ.
	21 и 22	вЪ точкѣ C	вЪ точкѣ E.
58	30	AC — AB	AB — AC.
60	27	нли	или.
75	25	на своенЪ	на своемЪ.
80	13	должио	должно.
	16	такиѝЪ	такимЪ.
81	9	вЪ постоновлеиї	вЪ постановленiи.
83	33	рголЪ	уголЪ.
88	6	AC = DB	AC = AB.
	8	двЪ или три	двѣ или три.
96	24	а подвижоой	а подвижной.
101	32	ночесть	почесть.
114	22	растворенїеиЪ	растворенїемЪ.
	24	*cbd* и *gbd*	*cbd* и *gdb*.
117	27	переиеси	перенеси.
135	4	F и B	H и B.
138	20	изЪ *c*	изЪ *e*.
145	32	RQ экватора.	AQ экватора.
158	9	стрѣлки *bd*	стрѣлки *ba*.
174	20	уголЪ BEA	уголЪ BFA.
188	28	чтобЪ	что.
199	8	линѣи то	линѣи; то
205	30	и $Ch = \frac{1}{6}$ CH	и $Ch = \frac{1}{6}$ GH.
211	29	*oC* = *oC*	*oc* = *oc*.
221	30	дощечки C	дощечки D.
224	20	винта G	винта *b*.
229	26	точка D	точка A.
238	5 и 6	останется GM	останется G*m*.
239	вЪ низу	а точка D	а точка F.
250	17	оставлять	составлять.

фиг. 1.

фиг. 2.

фиг. 3.

ф. 4.

ф. 5.

ф. 6.

ф. 7.

ф. 8.

ф. 9.

ф. 10.

ф. 11.

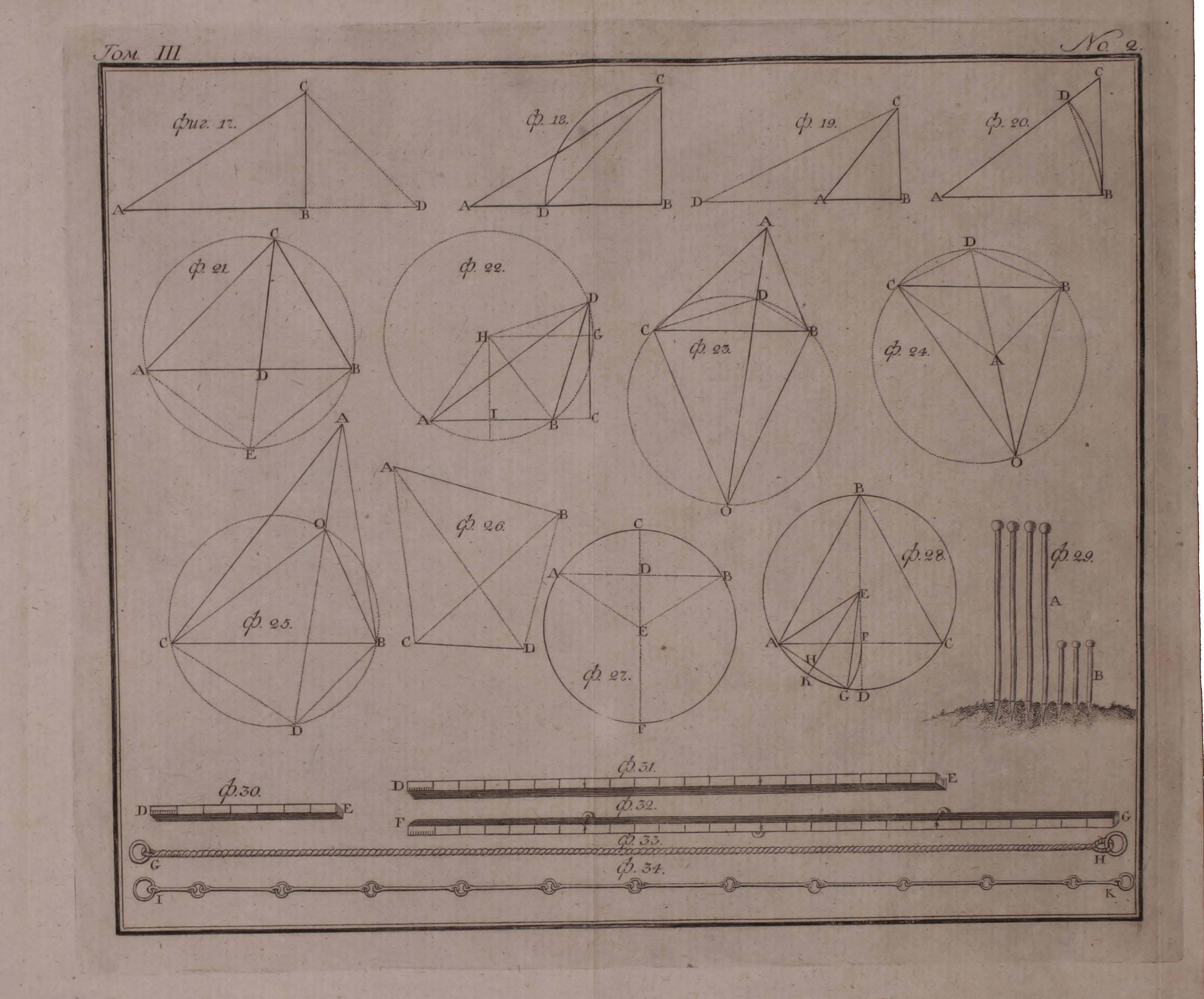
ф. 12.

ф. 13.

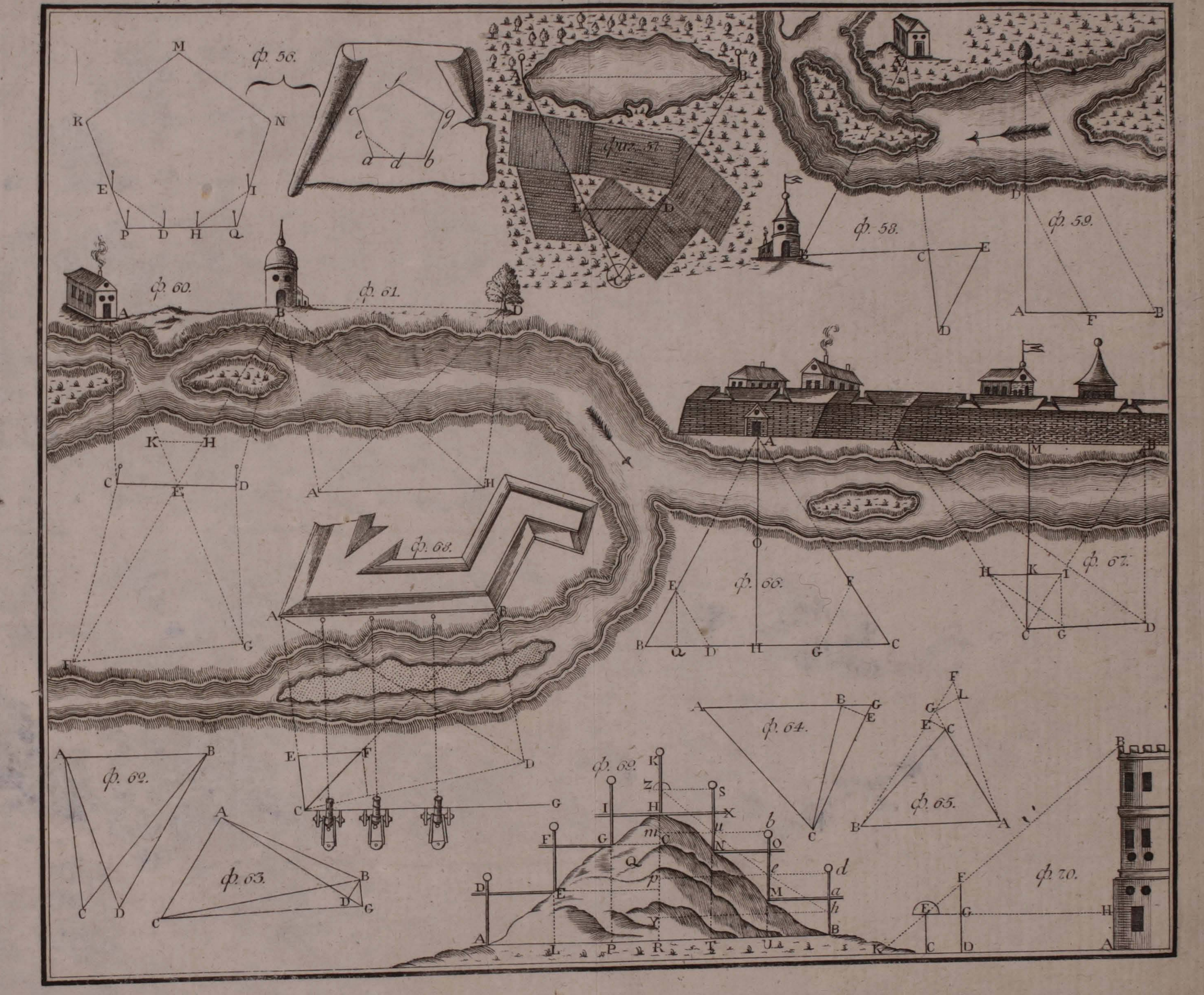
ф. 14.

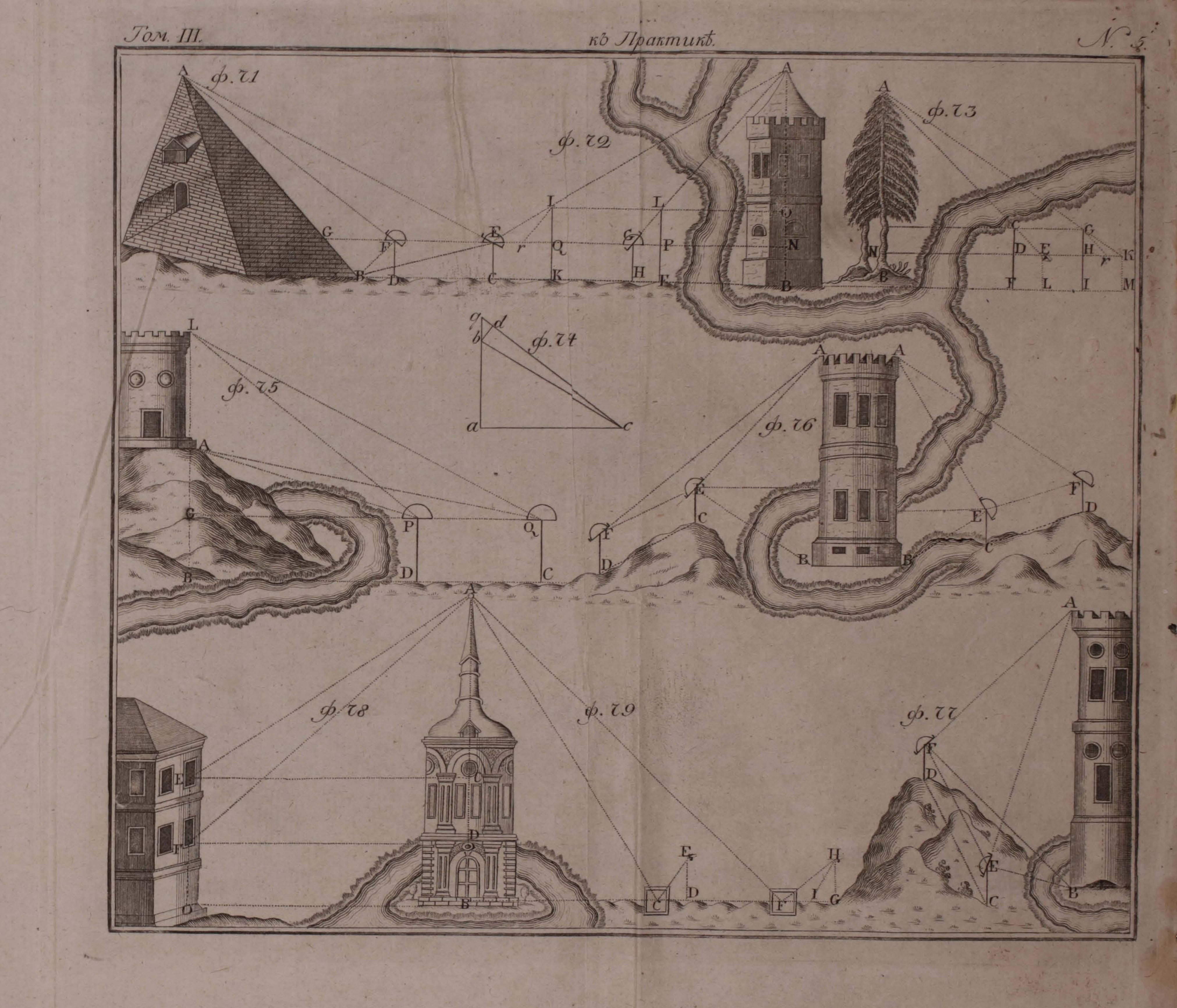
ф. 15.

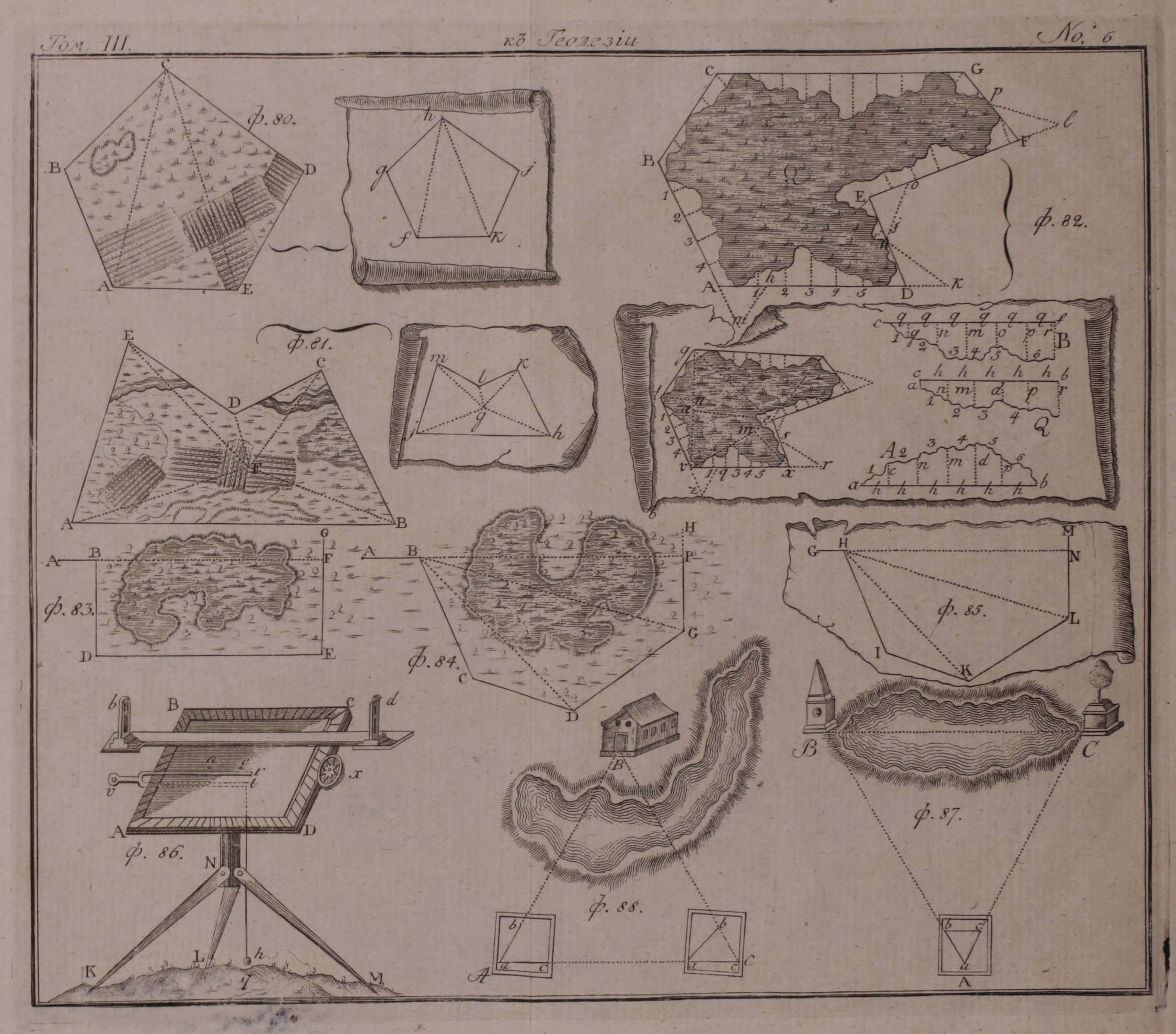
ф. 16.

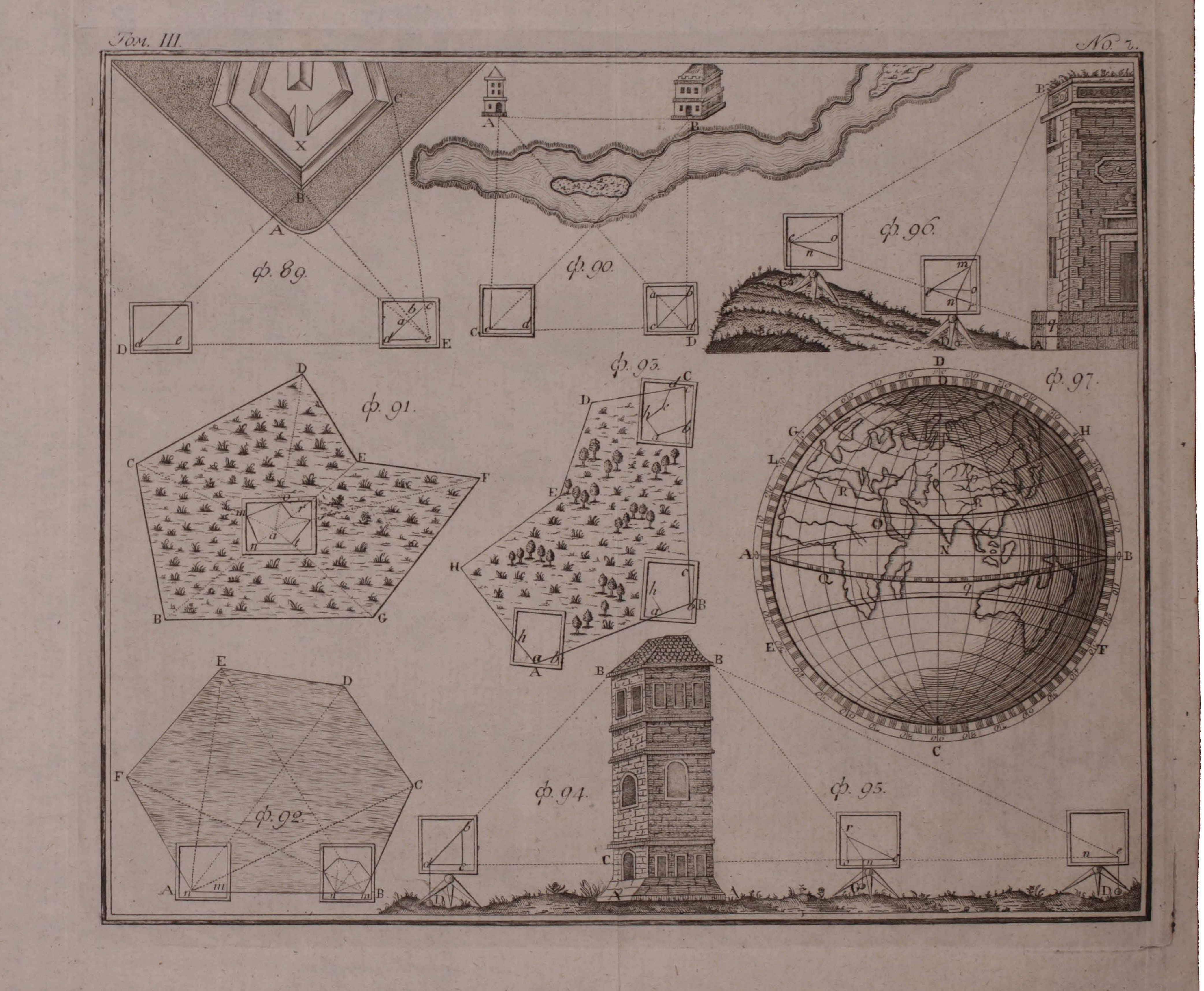

фиг. 17.
ф. 18.
ф. 19.
ф. 20.
ф. 21.
ф. 22.
ф. 23.
ф. 24.
ф. 25.
ф. 26.
ф. 27.
ф. 28.
ф. 29.
ф. 30.
ф. 31.
ф. 32.
ф. 33.
ф. 34.

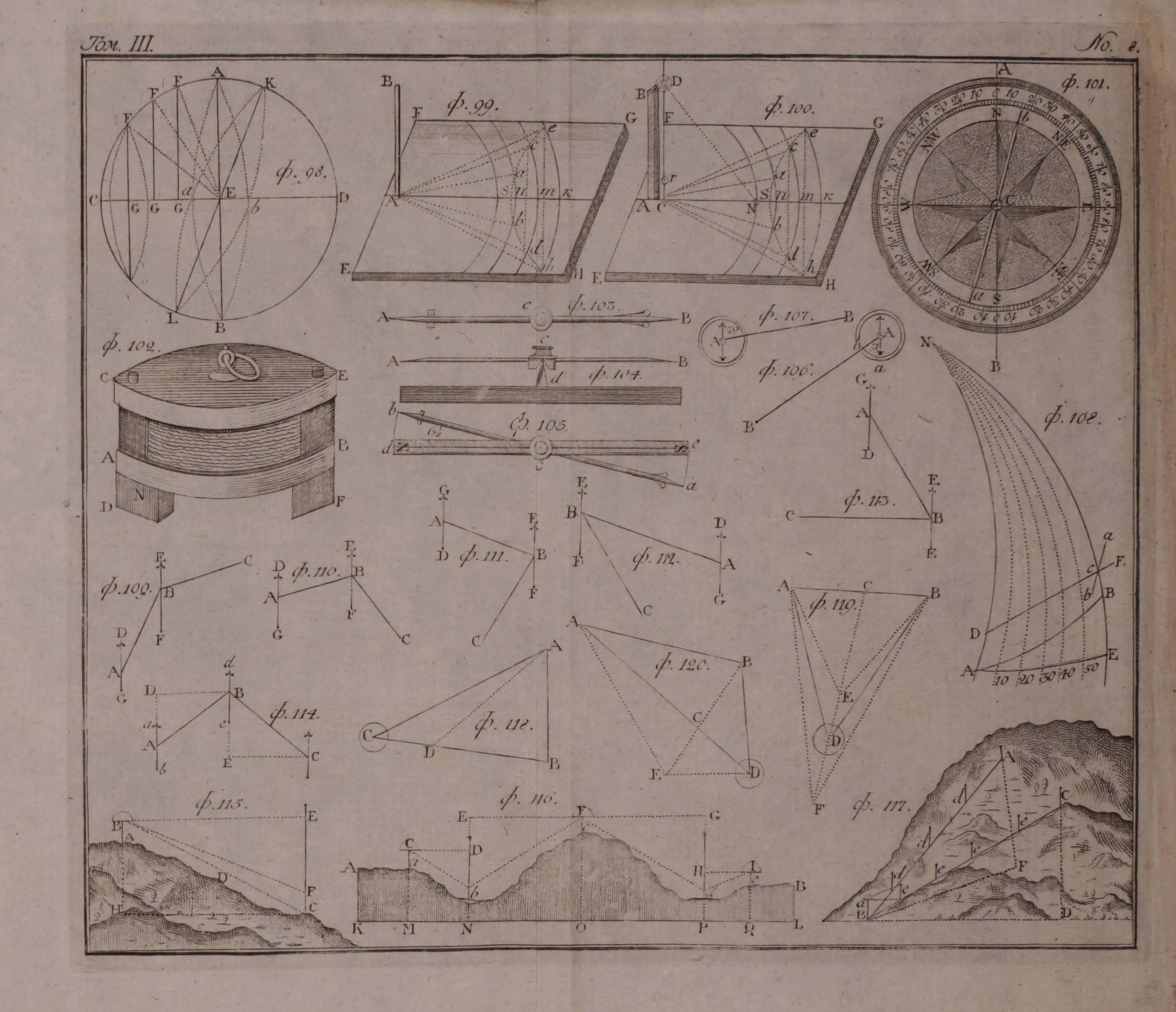
ф. 35. ф. 36. ф. 37. ф. 38. ф. 39. ф. 40. ф. 41. ф. 42. ф. 43. ф. 44. ф. 45. ф. 46. ф. 47. ф. 48. ф. 49. ф. 50. ф. 51. ф. 52. ф. 53. ф. 54. ф. 55.


ф. 56.
фиг. 57.
ф. 58.
ф. 59.
ф. 60.
ф. 61.
ф. 62.
ф. 63.
ф. 64.
ф. 65.
ф. 66.
ф. 67.
ф. 68.
ф. 69.
ф. 70.


ф. 71
ф. 72
ф. 73
ф. 74
ф. 75
ф. 76
ф. 77
ф. 78
ф. 79


Том. III.
къ Геодезіи
No. 6
ф. 80.
ф. 81.
ф. 82.
ф. 83.
ф. 84.
ф. 85.
ф. 86.
ф. 87.
ф. 88.


ф. 89.
ф. 90.
ф. 91.
ф. 92.
ф. 93.
ф. 94.
ф. 95.
ф. 96.
ф. 97.


ф. 98.
ф. 99.
ф. 100.
ф. 101.
ф. 102.
ф. 103.
ф. 104.
ф. 105.
ф. 106.
ф. 107.
ф. 108.
ф. 109.
ф. 110.
ф. 111.
ф. 112.
ф. 113.
ф. 114.
ф. 115.
ф. 116.
ф. 117.
ф. 118.
ф. 119.
ф. 120.

фиг. 121.

склонен. вос-точн. 3½ гр.

ф. 122.

ф. 123.

ф. 124.

ф. 125.

фиг. 126.

ф. 127.

ф. 128.

ф. 132.

ф. 131.

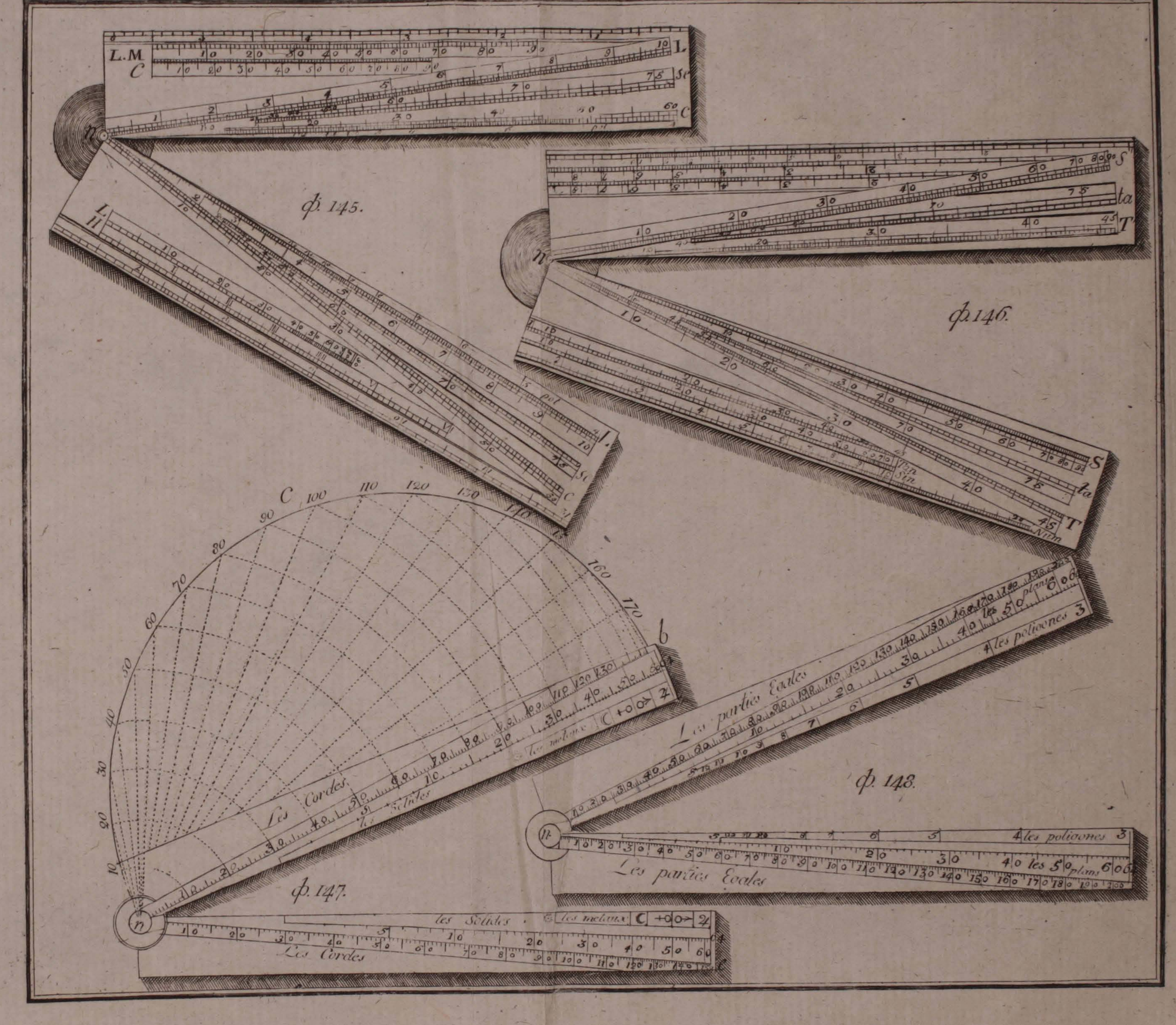
ф. 133.

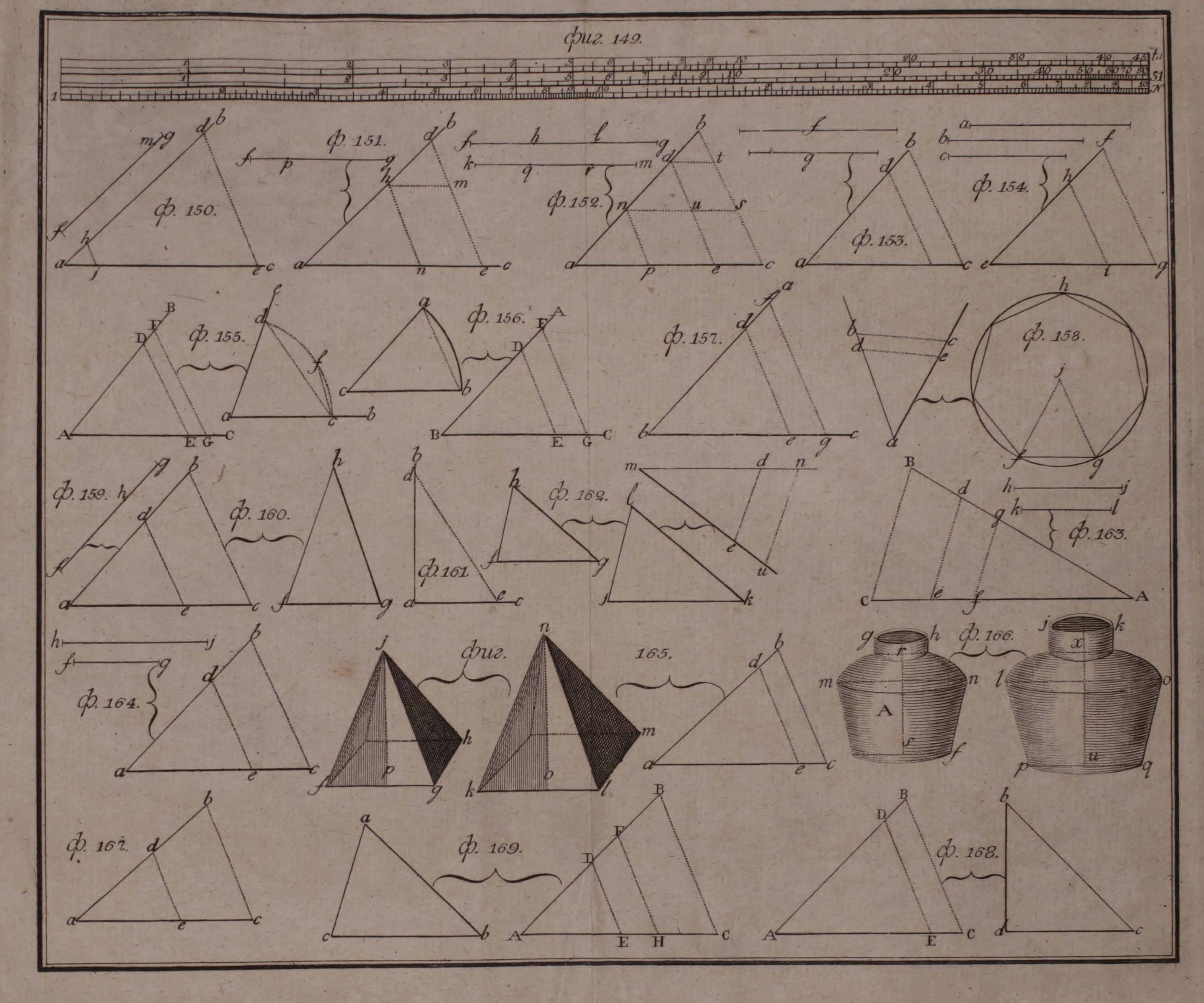
фиг. 129.

ф. 130.

ф. 134.

фиг. 135.
ф. 136.
ф. 137.
ф. 138.
ф. 139.
ф. 140.
ф. 141.
ф. 142.
фиг. 144.
фиг. 143.


L.M.
C
ф. 145.
ф. 146.
ф. 147.
ф. 148.
Les Cordes
les Solides
les metaux
Les parties Egales
les poligones
plans


фиг. 149.
ф. 150.
ф. 151.
ф. 152.
ф. 153.
ф. 154.
ф. 155.
ф. 156.
ф. 157.
ф. 158.
ф. 159.
ф. 160.
ф. 161.
ф. 162.
ф. 163.
ф. 164.
фиг. 165.
ф. 166.
ф. 167.
ф. 168.
ф. 169.

13 черт. в конце книги

29/XII-45 г.

2р. 70к.